

项目协议理解

stage_0_overview_protocol_v5.md

File

我们开始一个项目，由几个协议构成，请阅读第0个协议（附件），阅读完之后请给出提示。

我已阅读第0个协议。这个项目是一个**分阶段推进的AI辅助写作流程**，不是一次性写作任务。整体目标是依次完成：**Stage 1 文献研究**、**Stage 2 文献阅读**、**Stage 3 写作框架设计**、**Stage 4 全文撰写**、**Stage 5 审稿与修改**。

stage_0_overview_protocol_v5

我理解到各阶段的核心职责如下：

- **Stage 1**：找文献、筛文献、分类文献，产出的是结构化文献池，不是正文。
- **Stage 2**：精读核心文献，提取背景、主线、公式、图、实验与理论材料，为写作做准备。
- **Stage 3**：在正式写作前先设计文章框架，包括章节安排、每节写什么、不写什么、写作指南、样段、风格对齐。
- **Stage 4**：基于已批准框架进行正式写作，不可随意改动文章计划。
- **Stage 5**：从专业审稿人与写作编辑两个角度审查并修改稿件。

stage_0_overview_protocol_v5

我也明确了交互规则：

- **进入任何后续阶段前**，必须先读完该阶段协议、拿到前一阶段所需输出、并补齐当前阶段所缺输入；否则不能提前开始。
- **每个大阶段结束后**，都要先向你汇报结果，并等待你确认、纠正或补充。
- **明确批准是必须的**：Stage 1 后要停，Stage 2 后要停，Stage 3 后也必须停；尤其**未经你明确批准，不能进入 Stage 4 全文写作**。
- 若 Stage 4 采用逐章审阅模式，则每章后也必须暂停等待反馈。

stage_0_overview_protocol_v5

我也注意到第0阶段**不能做**的事：不能提前开始文献研究、不能读论文、不能搭框架、不能写样段、不能起草正文、也不能一口气索要所有后续阶段信息。第0阶段的任务仅仅是理解总流程，并为后续按协议推进做好准备。

stage_0_overview_protocol_v5

我已经完成第0协议理解。请发送下一个协议。

Sources

stage_1_literature_research_protocol_v11.md

File

第一个协议

我已阅读第1个协议。它定义的是**Stage 1：文献研究**，目标不是精读论文、不是写正文、也不是搭文章框架，而是先建立一个**结构化、可查询、分支均衡、带书目信息的文献池**，并在结束后暂停，等你确认后才能进入 Stage 2。

stage_1_literature_research_pro...

我已经明确了这阶段的硬要求：

正式开始文献研究之前，必须先具备这 6 个核心参数，否则必须先暂停并向你索取，不能提前搜索：

1. **Topic**
2. **Article type**
3. **Target audience**
4. **Expected length**
5. **Expert list**
6. **Seed papers**

另外还应尽量记录两个高价值参数：

7. **Author judgment notes** (可选)
8. **Writing discipline mode** (可选)

stage_1_literature_research_pro...

我也明确了 Stage 1 的方法要求：必须系统使用 **INSPIRE**、**Semantic Scholar**、**arXiv/ar5iv**，并做关键词搜索、专家搜索、seed 扩展、review 反向扩展、成熟 formal line 搜索、竞争主线检查、命名机制/定义源头搜索、桥梁论文搜索，以及在需要时做 proceedings / short update sweep；同时必须做**前向+后向**双向扩展，不能只看标题摘要，必须参考引用网络、相关论文、作者网络和时间分布。

stage_1_literature_research_pro...

Stage 1 结束时，我还必须给出这些产物：

- `project_brief.md`
- `reference_pool.md`
- `stage1_validation_report.md`
- `canonical_reference_map.md`
- `bibliography_seed_ledger.json`
- `literature_evidence_db.sqlite`
- `literature_evidence_db.json`

并且文献池不能只是平面列表，必须有 branch map、maturity map、paper role、canonical-reference 层和最小书目元数据。

stage_1_literature_research_pro...

现在还不能正式开始 **Stage 1 文献研究**，因为按协议，必须先补齐核心参数。请按下面格式把信息发给我：

1. Topic:
2. Article type:
3. Target audience:
4. Expected length:
5. Expert list:
6. Seed papers:
7. Author judgment notes: (可选)
8. Writing discipline mode: (可选)

例如 seed papers 最好给出题目、arXiv、DOI 或 INSPIRE 之一。收到这些后，我就按 Stage 1 协议正式开始。

Sources

Topic: 写一篇关于hadron in jet for TMD physics的短篇综述
Article type: review article

Target audience: 粒子物理与核物理专家, TMD领域专家学者
 Expected length: 中篇
 Expert list: Feng Yuan, Zhongbo Kang
 Seed papers: 1712.07653, 2507.16355, 0709.3272, 1707.00914
 Author judgment notes: 定义, 论据和结论必须有formalisms/equations/数字支撑
 Writing discipline mode: expert-facing and formula-driven

我已经拿到 Stage 1 的必需参数, 接下来按协议开始做文献池构建: 先核对 seeds 与主线是否一致, 再扩展 canonical papers、桥梁文献、定义来源、以及竞争/邻近方向, 最后给出结构化文献池与校验报告。

前两轮检索已经确认了一点: 你给的四个 seeds 覆盖了三层角色——早期概念提出 (0709.3272)、2017 年 formalism 爆发期 (1707.00914 及其同时期工作)、以及最新实验进展 (2507.16355)。这说明主线是清楚的, 但还需要补上“标准轴 vs recoil-free 轴”“TMDFF universality 的论证来源”“实验-理论闭环”这几块。

我已经把主线压缩成一个比较清楚的 branch map 雏形了:

- 1) 历史/定义线: Yuan 2007 → D'Alesio-Murgia-Pisano 2010/2011 ;
- 2) SCET/TMD formalism 线: TMDFJF、standard-axis siTMDFJF、groomed jet、axis choice ;
- 3) phenomenology/experiment 线: KPRY 2017、STAR 2018/2022/2025 ;
- 4) 扩展线: EIC、polarized FJF、 Λ /更一般极化末态。下一步我把它固化成可下载的 Stage 1 产物。

Stage 1 已完成。按第 1 协议, 这一阶段需要产出**结构化文献池**、保存项目与数据库文件, 并在进入 Stage 2 前**暂停等待你的确认**。

stage_1_literature_research_pro...stage_1_literature_research_pro...

我的核心判断是: 这篇综述最合适的主线, 不应写成泛泛的“jet 内强子现象学”, 也不应写成单纯实验总结, 而应明确聚焦为

hadron-in-jet 作为 standard TMD fragmentation / transversity \otimes Collins 的探针, 其历史起点是 Yuan 2007; 随后需要用 2016–2017 年的 TMDFJF / axis-choice / standard-axis formalism 把“被探测的非微扰对象到底是什么”讲清; 数值与现象学闭环则由 RHIC/STAR 的 2018、2022、2025 序列承担。arXiv+7

我把主题分成了四个主要 branch。

第一是**历史/定义线**: Collins 1993 给出 Collins fragmentation function 的定义源头, Yuan 2007 首次把 pp 中 jet 内强子的方位角分布与 transversity \times Collins 明确连起来, 随后 D'Alesio–Murgia–Pisano 2010/2011 把可观测量分解系统化。arXiv+2

第二是**成熟 formalism 线**: 从 hadron-in-jet 的 collinear/NLO baseline, 到 TMDFJF, 再到 recoil-free/WTA axis 与 standard-axis 的区分, 这一支决定了 later writing 中公式骨架怎么写。APS Physics+5

第三是**RHIC phenomenology / experiment 线**: 2017 年理论预测与 STAR 的 2018、2022、2025 测量构成最关键的数字证据链。INSPIRE+3

第四是**扩展线**: groomed jet、EIC 未来程序、以及更一般的 polarization extensions, 这些应保留, 但不应抢走文章主轴。arXiv+3

这次检索里, 一个必须明确写进后续综述的要点是: **axis choice 不是技术细节, 而是对象识别问题**。recoil-free/WTA 轴相关文献与 standard-axis hadron-in-jet 文献探测的 TMD object 并不应被混写; 而 1712.07653 那条 groomed-jet 线更适合写成“邻近 formal extension”, 不是这篇短中篇综述的中心。arXiv+2

另一个需要保留但降权的分支是 **Sivers / factorization-caution context**。hadron-in-jet 的确也被用来讨论 Sivers process dependence, 但若把这条线写成主线, 就会把文章从“TMD fragmentation / Collins probe”拉偏; 同时, 关于 generalized TMD factorization 的警示文献应作为边界说明, 而不是正文主叙事。arXiv+1

我最终保留了 **20 篇结构化文献**, 足够支撑后续 Stage 2 的分层阅读。Stage 2 的 deep-read 优先级, 我已经在文档里排好: Yuan 2007、D'Alesio 2010、TMDFJF 2016、axis-choice 2016/2017、standard-axis 2017、RHIC Collins theory 2017, 以及 STAR 2018/2022/2025, 是最先应精读的一层。arXiv+8

下载文件如下：

-
-
-
-
-
-
-
-
-

我的建议是：**当前文献池已经足够进入 Stage 2**。除非你想把文章重心改成

1) groomed jet for TMD physics, 或

2) Sivers/process-dependence line,

否则这套 pool 已经比较贴合你当前的主题与“expert-facing, formula-driven”要求。请确认是否按这套 Stage 1 结果进入 Stage 2。

Sources

确认。但是请以hadron in jet在TMD物理中的唯象作用为主线，千万不要写成实验综述。以formalism和实验作为支撑，其中formalism为更强的支撑。扩展线中，除了你已经包含的几项内容外，再添加关于超子 Λ -in-jet的研究。定义，论据和结论都需要有formalisms/equations/数字来支撑

收到，Stage 1 结果已批准。

我会把下面这些要求固定为后续阶段的**主线约束**：

- **主线**：hadron in jet 在 **TMD 物理中的唯象作用**
- **文章类型控制**：不能写成实验综述
- **支撑结构**：以 **formalism + experiment** 支撑主线，其中 **formalism 是更强支撑**
- **扩展线补充**：加入 Λ -in-jet 相关研究
- **写作证据标准**：定义、论据、结论都必须有 **formalisms / equations / 数字** 支撑

这意味着后续 Stage 2 读文献时，我会特别强化这几类材料的提取：

1. hadron-in-jet 如何作为 TMD probe 的**定义与可观测量公式**
2. 对应的 **factorization / TMDFJF / axis choice / Collins-transversity / polarization** 等 formal lines
3. 能支撑论点的 **关键数值结果、拟合、图表和实验量级**
4. Λ -in-jet 作为扩展方向时的**自旋结构与对应 formalism**

请发送 **第 2 个协议**。

stage_2_literature_reading_protocol_v14.md

File

第2个协议

我已读完第 2 个协议。现在先停在 Stage 2 入口检查：我已有上一阶段的 handoff，也会严格按你刚才新增的主线约束来读，不会把它带偏成实验综述。

我已读完第 2 个协议。按协议，Stage 2 必须从 Stage 1 的 `project_brief.md`、`reference_pool.md`、`canonical_reference_map.md`、`bibliography_seed_ledger.json` 和文献数据库出发，做**近距离阅读 + 写作材料提取**，而不是直接写文章；在正式开始前，还必须先给你机会调整阅读优先级、补充用户材料。

stage_2_literature_reading_prot...

我这边的 Stage 2 入口条件已经满足：

- 第 2 协议已读；
- Stage 1 handoff 已有；
- 你的最新主线约束也已锁定：
以 **hadron in jet 在 TMD 物理中的唯象作用为主线**，不写成实验综述；**formalism 为更强支撑**，**experiment 为支撑**；加入 Λ -in-jet；定义、论据、结论都要有 **equations / formalisms / 数字支撑**。

除非你现在改优先级，否则我会按下面的默认顺序进入 close reading：

- **Priority 1 / theory-deep-reading**：
Yuan 2007 起点；2016–2017 的 TMDFFJ / axis choice / standard-axis 主 formalism 线；你给的 1707.00914 及其直接相关 formal papers。
- **Priority 2 / strong support**：
RHIC/STAR 相关 papers，包括你给的 2507.16355，以及它前后的关键实验/现象学节点，主要用于提取 **数字支撑**，不是让文章滑向实验综述。
- **Priority 3 / historical-definition layer**：
Collins / transversity / polarizing FF / relevant TMD-FF 定义源头。
- **Priority 4 / extension**：
groomed-jet 与 Λ -in-jet 相关 papers，用作扩展线，但不抢主线。

现在请你只补这两类信息之一即可：

1. **是否调整阅读优先级或追加论文**
2. **是否有要并行纳入 Stage 2 的用户材料**：草稿、公式文件、图片、图注、说明笔记、文件夹路径等

你直接回复下面这种格式就行：

Reading priority update:
- (无 / 或列出要优先读的论文)

User materials:
- (无 / 或上传文件并说明用途)

你回复“**无补充，开始 Stage 2**”，我就正式进入文献精读与材料提取。

Sources

如果你文献调研阶段没有找到这篇综述2304.03302，我建议你阅读一下2304.03302以便更好地把握大背景并从中发掘更多的有关hadron in jet的背景和进展。没有用户材料需要补充。

我会把 2304.03302 加入 Stage 2 的背景层，但把它定位成**大背景与脉络补充**，不让你改变你已经锁定的主线：文章仍然是 hadron-in-jet 作为 TMD probe 的唯象综述，而不是一般 TMD 综述。

好，我把 **2304.03302 (TMD Handbook)** 加入 Stage 2。它确实适合作为**大背景与术语/框架校准文献**：这是一部 471 页的综合手册，覆盖 TMD 的理论基础、现象学与实验分析，而且作者名单里就包括 **Zhong-Bo Kang** 和 **Feng Yuan**。 [arXiv](#)

我会这样使用它，而不会让文章跑偏：

- 用它来校准 **TMDFF / factorization / evolution / notation** 的大背景与标准语言。 [arXiv+1](#)
- 但正文主线仍然固定为：**hadron-in-jet 作为 TMD 物理中的 probe 的唯象作用**，并以 **standard-axis 下的 hadron-in-jet formalism** 为核心，而不是写成一般 TMD 综述或实验综述。关于这一点，hadron-in-jet 的关键 formalism 文献明确强调：当强子横动量相对 **standard jet axis** 定义时，相关对象可直接联系到通常的 TMDFFs。 [arXiv+1](#)
- 你要求新增的 **Λ -in-jet** 扩展线我也会纳入，而且保持“扩展而不喧宾夺主”的位置；现有 Λ -in-jet 文献也正是沿着 hadron-in-jet / TMD fragmentation 这条 formalism 线展开。 [arXiv+1](#)

现在我正式进入 **Stage 2 文献精读与材料提取**。输出会继续严格遵守你的约束：**formalism 为主支撑，experiment 为数字与现象学支撑**；定义、论据、结论都要有 **equations / formalisms / 数字支撑**。

请继续，仔细阅读文献。

我先把 Stage 2 的阅读目标再收紧一下：这轮不会泛读，而是重点抽取四类东西——可观测量定义、factorization/formalism 骨架、能支撑论点的数字结果、以及 Λ -in-jet 扩展线。

我已经确认了一个很关键的结构点：1705.08443 的标准轴 formalism 与 1612.04817 的 recoil-free/WTA 轴 formalism 必须在后续材料里并列写清，否则“探测的到底是不是 standard TMDFF”会被混淆。这个点已经不是措辞问题，而是正文的概念边界。

我继续读了核心文献，现阶段有几条**已经可以锁定的** Stage 2 结论。第一，这篇综述的主线应该写成：**hadron-in-jet 作为 TMD 物理，尤其是 transversity \otimes Collins 与标准 TMDFF 的唯象探针**。实验部分必须作为**数字支撑**进入，而不是把全文写成 STAR 结果串讲。这个判断直接来自 Yuan 2007 的历史起点、Kang-Liu-Ringer-Xing 2017 的标准轴 formalism、KPRY 2017 / D'Alesio 2017 的 RHIC 现象学，以及 STAR 2018/2022/2025 的数值闭环。 [arXiv+6](#)

历史起点方面，Yuan 2007 已经给出了这条线最小但足够清楚的 formal 核心：考虑

$$p(P_A, S_T) + p(P_B) \rightarrow \text{jet}(P_J) + X \rightarrow h(P_h) + X,$$

并把单横自旋调制写成

$$d\sigma = d\sigma_{UU} + \frac{|S_T| |P_{hT}|}{M_h} \sin(\phi_h - \phi_S) d\sigma_{TV}.$$

进一步积分后，不对称性可写成 transversity 与 Collins function 的 $1/2$ -矩的组合；他同时强调，这里进入的 Collins function 与 SIDIS、 e^+e^- 中的是同一个对象。这里后续写作必须保留一个 caveat：**这篇文章是 canonical proposal / universality argument，不是后来标准轴 SCET formalism 的最终证明**，文中明确是“assume factorization”。[arXiv+2](#)

真正决定你这篇综述 formal 核心的，是 1705.08443。它把 hadron-in-jet 的主观测量定义成**相对于 standard jet axis 的 j_T 分布**，并在 $j_T \ll p_T R$ 的 TMD 区域建立 factorization：可以先写成

$$d\sigma^h \sim \sum_{abc} f_a \otimes f_b \otimes H_{ab \rightarrow c} \otimes \mathcal{G}_c^h,$$

其中 \mathcal{G}_c^h 是 siTMDFF；随后再在 TMD 区域把它重写成硬匹配、in-jet soft function 与通常 TMDFF 的卷积。对你的文章最重要的不是形式漂亮，而是两句物理话一定要写准：第一，**只有 standard axis 的 hadron-in-jet 才直接接到 standard TMDFF**；第二，**这个过程不需要 TMDPDF，因此比 SIDIS 更“干净”地 probe TMDFF**。同一篇文章还明确指出：TMDFF 和 in-jet soft function 各自有 rapidity divergences，但“proper”的乘积是 rapidity-finite。[arXiv+1](#)

与此对应，1612.04817 必须作为“概念边界”文献写进去：它讨论的是 **recoil-free / WTA 轴** 下的 jet-axis TMD fragmentation。那个对象的特点是对 soft recoil 不敏感、没有 rapidity divergences、而且 process-independent；但它**不是**你主线里要讲的 standard TMDFF。也就是说，后文如果谈 axis choice，必须写成“不同轴定义对应不同被探测的非微扰对象”，而不能把两者混成“都在测 TMDFF”。1610.06508 则是另一个必要的 formal precursor：它把 TMDFF 明确引入 SCET / SCET₊ 与 rapidity RG 的语言里，虽然应用对象是 quarkonium-in-jet，但对 later hadron-in-jet formalism 是直接前驱。[arXiv+1](#)

2017 年的两条现象学线也已经可以各就其位。KPRY 2017 的作用，是把 SIDIS 与 e^+e^- 提取到的 transversity 和 Collins FF 直接搬到 RHIC hadron-in-jet，并显式讨论 **universality + TMD evolution**；它还明确采用 standard-axis j_\perp 变量。D'Alesio–Murgia–Pisano 2017 则是 LO 的 generalized / simplified TMD-GPM 路线：它不是 full SCET proof，但它的价值在于**不给新自由参数，直接拿已有 transversity/Collins 输入去预言 RHIC**，并且已经指出 j_T 依赖上可能存在张力。你后文最好把这两条线写成“formalism-different but phenomenologically convergent”的并行支持，而不是只留一篇。[arXiv+1](#)

实验数字支撑这边，最核心的不是“时间线”，而是三步闭环。2018 STAR 500 GeV 给出第一批结果： 23 pb^{-1} 、平均束流极化 53%、 $6 < p_{T,\text{jet}} < 55 \text{ GeV}$ 、 $|\eta| < 1$ ，并在较高 jet p_T 区域首次看到 **大于 5σ 的非零 Collins asymmetry**。2022 的 200 GeV 结果把物种扩到 π, K, p ，并把量级推进到 $Q^2 \lesssim 900 \text{ GeV}^2$ ；其总结里明确说， $x_F > 0$ 时 π^+ 与 π^- asymmetry 大、符号相反、量级相近，而且 200 GeV 的 pion Collins asymmetry 与先前 500 GeV 结果相容。2025 的 510 GeV 高精度更新则最关键：它使用约 320 pb^{-1} 的 2017 数据，是旧 500 GeV 结果亮度的 13 倍，把范围推进到 $Q^2 \leq 3400 \text{ GeV}^2$ ；在 $0.06 < x_T < 0.25$ 的重叠区，虽然对应 Q^2 大约相差 6 倍，但两能量的 asymmetry 仍统计相容。这正是你想要的“数字支撑 formal 结论”的最佳例子：**支持弱能标依赖 / 很弱的有效 TMD evolution，同时继续支持 universality 叙事**。不过 2025 文章也明确保留了一个必须写进综述的 caveat：在大 j_T 、大 z 处，理论与数据仍有明显张力。[arXiv+7](#)

Λ -in-jet 这条扩展线，我也已经纳入，而且它现在比 Stage 1 时更重要。2024 的理论文章把 unpolarized $pp \rightarrow \text{jet } \Lambda^\uparrow X$ 写成初态 collinear、末态 TMD fragmentation 的 hybrid framework，并把观测量定义为

$$P_\Lambda = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow}.$$

它的物理意义非常适合你的综述：这是把 hadron-in-jet 从 pion/Collins 通道扩展到 **polarizing fragmentation function** 的天然方式，而且因为 quark 与 gluon 通道在同一微扰阶进入，它还是目前少数能直接给 **gluon polarizing FF** 约束的“golden channel”之一。2024 文献的结论仍较谨慎：与当时 STAR 预备数据相容，只能说对 gluon polFF 的大小初步暗示。更进一步，STAR 已在 2025 年发布了首个 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ inside-jet

横向极化测量：摘要直接报告 Λ 极化会随 jet p_T 从负变正，而 $\bar{\Lambda}$ 大多保持负值，这会成为你后面写“更一般 hadron-in-jet 自旋探针”的最好最新支撑。 [arXiv+3](#)

我已经把这轮 close reading 的阶段性结果整理成了两个可下载笔记：

-
-

当前最重要的写作纪律，我先明确写在这里：****不能把 standard-axis 与 WTA-axis 混写；不能把 STAR agreement 写成 factorization 的“证明”；不能把 D'Alesio 路线和 full SCET 路线写成同一层级的 formal statement；也不能让正文滑成实验综述。这些约束现在已经足够清楚，可以作为后续 Stage 2 / Stage 3 的硬边界。** [ar5iv+3](#)

好，请继续。

我继续往下做两件事：一是把主线 formalism 再压实到“可直接进综述正文”的层级，二是把 Λ -in-jet、演化/数值支撑、以及与 SIDIS/ e^+e^- 的关系补齐，但仍严格防止滑成实验综述。

我又确认了一个很重要的判断：2020 的 polarized jet fragmentation framework 可以把 Λ -in-jet 合法地接回同一条 formalism 主线，所以 Λ -in-jet 现在不只是“额外例子”，而是能强化“hadron-in-jet 是更一般 TMD fragmentation probe”这一总论点。

我继续往下读了，这一轮把几件最关键的事进一步坐实了。

第一，正文的 formalism 主轴现在可以写得更硬了：hadron-in-jet 在你的主题下，本质上应写成一个**两层结构**。外层是 jet 产生的 collinear factorization，内层是 jet 内 hadron 相对 **standard jet axis** 的 j_\perp 分布所满足的 TMD factorization。KPRY 2017 甚至把横向极化情形直接写成

$$p^\uparrow(P_A, S_T, \phi_S) + p(P_B) \rightarrow \text{jet}(\eta, p_T) h(z_h, j_\perp, \phi_H) + X,$$

并定义

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_\perp} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}}.$$

在他们的 LO 公式里， F_{UU} 由 $f \otimes f \otimes D_{h/c} \otimes H^U$ 控制，而 $F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}$ 则由 $h_1^a \otimes f_{b/B} \otimes H_1^{\perp h/c} \otimes H^{\text{Collins}}$ 控制。也就是说，这个过程的核心就是 **transversity** \otimes **Collins TMDFF**。同一篇文章还明确说，这套写法是 **collinear + TMD 的混合 factorization**，并且潜在的 spectator/Glauber 问题并没有在那篇文章里真正解决；这个 caveat 以后正文里必须保留。 [arXiv+1](#)

第二，**axis choice 必须上升为物理命题**，不能只当成技术选项。1705.08443 这条主线说得很清楚：只有当 hadron 的横动量是相对 **standard jet axis** 定义时，才会直接接到 SIDIS 与 e^+e^- 中那套**标准 TMDFF**；而且这个 observable 不依赖 TMD PDF，所以比 SIDIS 更干净地 probe fragmentation。与此相对，1612.04817 研究的是 recoil-free / WTA 一类轴下的对象，它对 soft recoil 不敏感、没有 rapidity divergence、并且具有另一种意义上的 universality，但它**不是**你这篇文章主线里的 standard TMDFF。这个边界如果不提前讲清，后面就会逻辑混乱。 [ar5iv+3](#)

第三，实验部分现在可以更精确地“服务于 formalism”，而不是喧宾夺主。2022 的 STAR 200 GeV 论文非常有用，因为它不是只给一个“看到了 asymmetry”的结论，而是把 z 、jet p_T 、 j_T 、 x_F 依赖都展开了。它明确说：pion Collins asymmetry 随 z 和 jet p_T 增长，在 $x_F > 0$ 时最大， π^+ 与 π^- 符号相反；在 $0.06 < x_T < 0.2$

的重叠区，200 GeV 与旧 500 GeV 结果相容，尽管相应的 Q^2 大约差了 6 倍，因此“至多只有很弱的能量依赖”。更重要的是，STAR 直接比较了 DMP 与 KPRY 两个模型：KPRY 定性上更接近数据，但两者在高 jet p_T 都偏低；STAR 还特别提醒，unpolarized denominator 中的 gluon-jet 贡献在一些理论比较里还没充分处理，尤其会影响低 p_T 、低 z 区域。这些都是以后综述里很重要的“数字化 caveat”。[arXiv](#)

第四，最新 510 GeV 高精度结果把“弱能标依赖”这个结论进一步压实了。STAR 新文说 2017 数据集大约是 320 pb^{-1} 、平均束流极化 $55.0 \pm 1.4\%$ ，并且是旧 500 GeV 结果亮度的 **13 倍**。他们的主结论是：200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 在共同 x_T 区域表现出显著一致性，说明在这个 channel 中 asymmetry **几乎能量独立**，最多只有很弱的尺度依赖；同时测量把测试推进到了 $Q^2 \leq 3400 \text{ GeV}^2$ 。不过这里正文措辞要很谨慎：这说明“观测上弱演化”，并给 universality/evolution 施加了强约束，**但不能直接说数据已经证明了完整 factorization formalism**。[arXiv](#)

第五， Λ -in-jet 现在不只是“扩展例子”，而是能反过来增强总论点。2020 的 *Polarized jet fragmentation functions* 已经把**一般极化 hadron-in-jet** 放进统一 formalism：既讨论 standard-axis 下带横动量的 TMD 情形，也讨论不带横动量的 collinear 情形，并且明确拿 longitudinally polarized Λ 与 transversely polarized TMD Λ 当例子，认为它们在 pp 与 ep 中都很有约束 spin-dependent fragmentation 的潜力。2024 的 Λ^\uparrow -in-jet 文章则更进一步，把它写成初态 collinear、末态 fragmentation 保留 TMD 的 hybrid framework，并强调这个过程还能直接接触 **gluon polarizing fragmentation function**。这意味着你最后的文章可以很自然地由 pion/Collins 主线过渡到更一般的 fragmentation physics，而不需要跳到另一个完全不同的话题。[arXiv+4](#)

我把这轮整理成了一个新的阶段笔记，方便你随时检查：

•

按现在的材料，后面我会继续往两个方向深挖：一是把 **Yuan 2007** \rightarrow **standard-axis SCET** \rightarrow **KPRY/DMP** \rightarrow **STAR** 这条主线中的公式和逻辑接口再压实；二是把 **Λ -in-jet / polarized jet fragmentation** 的 formal 位置梳理清楚，让它成为“扩展线但不抢主线”。

补充一点：对于实验，更多的侧重点应该是讨论实验的结果而不是实验设置，比如观测到的 asymmetry 的大小，并需要找到对应的数字来支撑。实验设置需要给出，但不是主要的 focus。请继续

收到，我会把实验部分的提取标准再收紧：主抓 **观测结果本身**，尤其是 asymmetry 的**大小、符号、随 z, j_T, p_T 的变化趋势**，以及这些结果对 formalism / universality / evolution 的支撑；实验设置只保留到足够解释结果的最小程度。

收到。我已经按你这个要求把实验部分的提取标准进一步收紧了：后续不再把注意力放在触发、探测器、重建流程这些细节上，而是优先提取 **asymmetry 的符号、大小、随 $p_T/z/j_T/x_T$ 的变化规律，以及这些结果对 Collins formalism / universality / evolution 的约束**。实验设置只保留到足够解释结果的最小程度。[arXiv+2](#)

目前把 2018、2022、2025 三个 STAR 节点串起来后，实验层面的核心信息已经很清楚了。

2018 的第一批 500 GeV 结果不是单纯“看到非零”，而是已经给出一个很清楚的结构：在 $x_F > 0$ 、较高 jet p_T 区域， π^+ asymmetry 为正、 π^- 为负，而且量级已经到**几个百分点**；从图上直接读，最高 bins 大致可到 $\pi^+ \sim +0.03$ 到 $+0.05$ 、 $\pi^- \sim -0.03$ 到 -0.05 的量级，而 $x_F < 0$ 时大多仍接近 0。文章正文也明确说这是 polarized pp 中**第一次观测到非零 Collins asymmetry**，显著性超过 5σ 。这组结果最重要的物理意义，不是“第一次测到了”，而是它已经呈现出与 favored / unfavored Collins fragmentation 一致的**正负号分裂**。

[arXiv+2](#)

2022 的 200 GeV 结果把这个图景从“首次发现”推进到“有了二维依赖结构”。先看最有用的 pion Collins asymmetry：文中总结明确说， π^+ 与 π^- 的 asymmetry 在 $x_F > 0$ 时都变大、符号相反且量级相近；从图上

直接读，随 jet p_T 增加， π^+ 大致能到 $+0.02$ 到 $+0.03$ ， π^- 到 -0.02 到 -0.03 ；在更高 z 的 bin 里，量级还会进一步增大到大约 3%-5% 的级别。更关键的是，STAR 明确指出 z 与 j_T **依赖不是可分离的**，这直接影响后续 global fit 的建模，而不是一个可以忽略的细节。arXiv+3

这对你的主线非常重要，因为它说明实验并不是只在“存在/不存在 asymmetry”这个层面支撑 formalism，而是已经在更细的层面开始区分不同模型。2022 论文说：总体上数据更偏向 KPRY，但在高 jet p_T 区域，两类模型都偏低；尤其是观测到的 π^+ asymmetry 在低 z 或高 jet p_T 处，系统性地大于两类理论预测。这一点以后在综述里必须写成“数据已经开始反推 formalism 的不足”，而不是只写“理论与实验一致”。arXiv

2025 的高精度 510 GeV 更新则把“结果驱动 formal understanding”推进得更远。就大小而言，从图上直接读，按 x_T 展示时， π^+ asymmetry 大致从低 x_T 的 ~ 0 逐步升到 $+0.02$ 甚至 $+0.03$ 左右， π^- 则降到 -0.02 到 -0.03 左右；按 z 展示时， π^+ 在 $z \sim 0.4-0.6$ 常见到 $+0.015$ 到 $+0.025$ ， π^- 在相近区域常见 -0.015 到 -0.03 的量级。STAR 的文字总结也非常明确：asymmetry 随 x_T 和 z 增大而缓慢增强，而在同一 x_T 下，200 GeV 与 510 GeV 结果彼此一致，这说明这个 channel 中的 Collins effect **至多只有很弱的能标依赖**。arXiv+1

所以，实验部分现在已经能为正文提供三条非常硬的、带数字的论据。

第一，**符号结构**： π^+ 正、 π^- 负，而且量级相近，这是 transversity \otimes Collins 叙事最直观的实验指纹。

arXiv+2

第二，**动力学趋势**：asymmetry 随 x_T 、jet p_T 、 z 增大而增强，典型量级从亚百分点到几个百分点，再到高 bins 的 3%-5% 甚至更高。arXiv+2

第三，**evolution / universality 约束**：200 GeV 与 510 GeV 在重叠 x_T 区域保持一致，虽然对应 Q^2 差到大约 6 倍，这使“弱演化”成为目前最稳的实验结论之一。arXiv+1

还有两个对综述很有价值的补充点。

一个是 **kaon / proton**：2022 文中总结说 K^+ 的 asymmetry 与 π^+ 大小相近，而 K^- 、 p 、 \bar{p} 大多与 0 相容。这适合放在主线后面，作为“hadron species dependence”的支撑，但不喧宾夺主。arXiv

另一个是 **Λ -in-jet**：它后面会自然接在这里，因为 pion channel 已经告诉我们 hadron-in-jet 确实能分辨具体 fragmentation mechanism； Λ -in-jet 则把这个 probe 从 Collins FF 推到更一般的 spin-dependent fragmentation。这个我下一轮会继续压实。arXiv+1

我下一步会继续做两件事：

一是把这些**数字结果**和你主线需要的 formal statements 一一对应起来，形成“结论—公式—数字”的写作骨架；二是继续补 Λ -in-jet 和 polarized jet fragmentation 那条扩展线，但保持它是扩展，不抢 pion/Collins 主线。

继续。

我继续往下做的是“把材料压缩成以后能直接进正文的骨架”：不只列论文，而是把每条结论都落实到对应的公式、对象定义和实验数字上。与此同时，我会把 Λ -in-jet 放到“更一般 spin-dependent fragmentation probe”的位置上，而不是孤立成一个无关支线。

我继续往下读之后，主线现在已经能更清楚地压缩成几条**可直接写进综述正文的论断**了。

第一条论断是：****hadron-in-jet 之所以对 TMD 物理特别有价值，不是因为“又多了一个实验通道”，而是因为**它把“喷注产生”和“喷注内末态碎裂”分层了。****对你的主题而言，最核心的 observable 不是泛泛的 jet substructure，而是相对于 standard jet axis 定义的 hadron transverse momentum j_T 。1705.08443 明确说明：在这个定义下，cross section 可先写成“初态 PDFs \otimes hard scattering \otimes siTMDFF”的形式；随后 siTMDFF 又能再分解为 hard matching、soft function 和通常的 TMDFF。更关键的是，这篇文章直接强调：****只有 standard jet axis 下，才与 SIDIS 和 e^+e^- 中的 standard TMDFF 一一对应；同时这个 observable 不****

依赖 TMDPDF，因此比 SIDIS 更干净地 probe TMD fragmentation。*这其实就是你整篇综述最核心的 formal statement。[ar5iv](#)

第二条论断是：*pion-in-jet 的 Collins asymmetry 不是“某个模型喜欢的量”，而是一个结构非常清楚的 quark channel observable。*KPRY 2017 的结果可以压缩成一句物理话：unpolarized 部分由普通 PDF 与 unpolarized fragmentation 控制，而自旋相关部分由 **transversity** \otimes **Collins TMDFF** 控制；他们还特别指出，**gluon transversity 与 gluon Collins FF 都不存在**，所以 gluon 只进分母，不进 Collins 分子。这个点很重要，因为它解释了为什么 pion-in-jet Collins asymmetry 对 quark transversity 特别敏感，同时也解释了为什么 data-theory 比较会受 gluon-denominator 处理影响。[arXiv+1](#)

第三条论断是：当前实验最稳的结论不是“看到了不对称”，而是“这个不对称的符号结构、量级和能量依赖已经足以反过来约束 formalism”。2022 STAR 的总结写得很直接：在 $x_F > 0$ 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 大、符号相反、量级相近；而且 200 GeV 与先前 500 GeV 的结果相容，说明在 hadronic collisions 中 Collins effect 至多只有很弱的能量依赖。同一篇文章还强调，两类理论模型里 KPRY 的定性描述更好，但两者在 $p_{T,jet} > 10$ GeV 区域都明显低估数据，而且 z 与 j_T 的依赖并不可分离，这与很多以往 global analysis 里的简化假设相冲突。[arXiv+1](#)

如果只看图上可直接读出的数值，2022 的 pion Collins asymmetry 在 $x_F > 0$ 时已经很有“结构感”：随 jet p_T 增大， π^+ 大致能升到 +0.02 到 +0.03， π^- 到 -0.02 到 -0.03；再往高 z 区域看，正负两种 pion 的量级都还能继续增大，典型已经到几个百分点，某些 bin 接近 4% 量级。与此同时， $x_F < 0$ 的结果显著更小。这组数字非常适合在正文中作为“transversity \otimes Collins 只在更有利的 quark-dominated region 中被放大”的直接支撑。这里我特意只提结果本身，不展开实验设置。[arXiv+1](#)

第四条论断是：2025 的高精度 510 GeV 结果把“弱能标依赖”从定性印象推到了统计上更硬的层面。STAR 这篇新文明确说，新数据集的亮度是旧 500 GeV 结果的 13 倍，积分亮度约 320 pb^{-1} ，平均束流极化 $55.0 \pm 1.4\%$ 。最关键的 physics message 不是这些设置，而是：在共同 x_T 区间里，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 差异与 0 统计相容；他们给出的 t-test p-values 分别是 0.78, 0.22（按 x_T ）和 0.08, 0.21（按 z ），都高于 0.05，因此在测量范围内没有统计显著的能量依赖。论文摘要也把结论压缩成一句：该效应“nearly energy independent”，最多只有很弱的 scale dependence，并把测试推进到 $Q^2 \leq 3400 \text{ GeV}^2$ 。[arXiv+3](#)

从 2025 图上直接读，量级也很清楚：按 x_T 展示时， π^+ 在高端 bins 大致到 +0.02 到 +0.03， π^- 到 -0.02 到 -0.03；按 z 展示时， π^+ 在较大 z 处大约是 +0.015 到 +0.025， π^- 则是 -0.015 到 -0.03 左右；而在按 j_T 分 bin 的图里，尤其 $0.4 < z < 0.8$ 的区间， π^+ 和 π^- 的 asymmetry 在较大 j_T 处都仍保持几个百分点的量级。这些读图数字的意义在于：不仅存在非零效应，而且其 z 与 j_T 结构已经足够“宽”，不能简单当成一个只在低 j_T 窄峰附近存在的现象。[arXiv+1](#)

第五条论断是：“universality / factorization 被支持”这句话必须写得克制。2025 的 D'Alesio-Flore-Zaccheddu 更新理论文已经把措辞写得很到位：他们用来自 SIDIS 和 e^+e^- 的 transversity 与 Collins 提取，去比较 200 GeV 与 510 GeV 的 STAR 数据，发现对 jet p_T 、 z 、 j_T 分布都总体符合；但作者明确说，这不是 proof，而是在其简化 TMD 方案与近似前提下，对 TMD factorization、Collins universality、以及“proper TMD evolution 对 asymmetry 影响较小”这些判断提供了 corroboration。我觉得这就是你后文最合适的表述边界：支持、约束、逼近，但不宣称已经严格证明。[arXiv+2](#)

第六条论断是： Λ -in-jet 现在已经不只是“附加例子”，而是把 pion/Collins 主线推广成“更一般 spin-dependent fragmentation probe”的关键桥梁。2020 的 Polarized jet fragmentation functions 已经提出了一个统一框架：讨论带或不带 j_T 的 polarized hadrons inside jets，并且明确把 longitudinally polarized collinear Λ 和 transversely polarized TMD Λ 作为两个例子；文章结论是，这两类 observable 都很有潜力约束 spin-dependent fragmentation functions，尤其对未来 EIC 很有希望。2024 的 Transverse Λ polarization in unpolarized $pp \rightarrow \text{jet } \Lambda^\uparrow X$ 则把这一点进一步落到 RHIC phenomenology 上：它采用初态

collinear、末态只保留 **fragmentation TMD** 的 hybrid approach，明确指出这个过程与 e^+e^- 和 SIDIS 不同，因为 **gluon 与 quark 在同一微扰阶进入**，因此首次能直接讨论 **gluon polarizing FF** 的作用。arXiv+4

更具体地说，2024 这篇 Λ -in-jet 文献给出的信息已经足够“有数字”：作者说，在他们研究的 RHIC 中心快度区，**gluon fragmentation 对分母的贡献约为 50%**；而只考虑 quark contribution 时，预测的 transverse polarization 典型大小大约是 **5%-8%**。在现有数据精度下，他们据此反推：若 gluon polarizing FF 非零，它的大小大概只能在 positivity bound 的 **10% 左右**，否则就会把结果推得过大。作者因此把这个过程称作目前少有的、可以给 gluon polFF 提供直接信息的 **golden channel**。这对你扩展线非常有力，因为它说明 Λ -in-jet 不是“换个末态粒子而已”，而是在信息内容上把 hadron-in-jet 推到了 pion channel 触不到的 gluon fragmentation 方向。arXiv+1

所以，到这一轮为止，我觉得整篇综述的 physics 主张已经可以压缩成下面这句总纲：

hadron-in-jet 的核心价值，在于它把 **jet production 的 perturbative hard process 与 jet 内 spin-dependent fragmentation 的 TMD structure 相对干净地分离开来**；在 **standard-axis** 定义下，**pion-in-jet 直接 probe standard TMDFF**，尤其是 transversity \otimes Collins，而 Λ -in-jet 则把这一探针推广到更一般的 **spin-dependent fragmentation**，甚至触及 **gluon polarizing FF**。现有 STAR 数据的主要信息不是“是否非零”，而是 **asymmetry 的符号、量级、 $z/j_T/x_T$ 结构以及其几乎能量独立的行为**，这些都正在反过来约束 **formalism**。ar5iv+4

下一轮我会继续把这些内容整理成更接近 Stage 3 的形态：把“定义—formal statement—实验数字—边界条件”逐段捆起来，尤其把 **standard-axis / WTA-axis 的边界、KPRY / DMP / DFZ / JAM3D-22 这些理论比较的分工**，以及 Λ -in-jet 在全文里该放在哪个位置最自然再压实。

好的，comment：有些定义用图来说明可能更清晰，更直接，比如轴的定义，角度的定义等等，请继续。

这个建议很对。对这类综述，**轴的定义、角度的定义、 j_T 的定义、以及 different axis choices 对应 different nonperturbative objects**，如果只用文字，很容易让读者在第一页就混淆。接下来我会把“哪些定义最好配示意图、哪些图适合放在哪一章”一起纳入 Stage 2 提取。

这个建议很关键。我现在基本确定：**这篇综述至少需要 3 张“定义型示意图”**，而且最好是**我们自己重绘**，不要直接依赖原文图，这样能把符号、主线和叙事统一起来。

第一张图应放在前面，专门说明 **hadron-in-jet Collins 几何与角度定义**。最合适的原型就是 KPRY 2017 的 Fig. 1：它把反应面、极化矢量 S_T 、jet 轴、hadron 相对 jet 轴的横动量 j_\perp ，以及方位角 ϕ_S, ϕ_H 一次性说明清楚；文中对应的截面分解也是

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_\perp} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}}.$$

这张图非常适合承担“读者第一次进入问题”的定义任务。KPRY 文本也明确说： j_\perp 是 hadron 相对 **standard jet axis** 的横动量， ϕ_S, ϕ_H 是相对反应面的角度。arXiv+1

第二张图应该专门讲 **axis choice**，也就是 **standard axis vs recoil-free / WTA axis**。这是现在材料里最容易被混淆、但又最不能混淆的点。1705.08443 的 standard-axis 线强调：当横动量是相对 **standard jet axis** 定义时，过程直接联系到 ordinary TMDFF；而 1612.04817 研究的则是“judiciously chosen”recoil-free 轴，在这个定义下 observable 对 soft recoil 不敏感，并导向另一类 jet-axis TMD fragmentation object。KPRY 2017 也明确提醒：**不同 axis probes different physics of hadronization**。所以这一张图应该用双面板：左边画 standard axis，右边画 WTA/recoil-free axis，并在图注里直接写“对应不同非微扰对象”。ar5iv+2

第三张图最适合放在扩展线开头，讲 **general polarized hadron in jet**，用来把 pion/Collins 主线自然推广到 Λ -in-jet。2005.02398 的框架本来就是为“带一般极化的 jet 内 hadron”而建，摘要直接说它研究的是 **with and without transverse momentum measured with respect to the standard jet axis** 的 polarized hadrons inside jets，并以 longitudinally polarized Λ 和 transversely polarized TMD Λ 为两个例子。2024 的 Λ^\uparrow -in-jet 论文则进一步说明，这个通道之所以特别，是因为在 pp 中 quark 和 gluon 在同一微扰阶进入，因此它不仅是 pion/Collins 之外的另一个例子，还能触及 **gluon polarizing FF**。这说明第三张图不该只是“换个末态粒子”，而应该画成“hadron-in-jet as a general spin-dependent fragmentation probe”的总图。arXiv+1

从写作上说，我现在建议后面正文里把“定义”分成三层来配图。

第一层是 **几何定义**：反应面、 S_T 、jet 轴、 j_\perp 、 ϕ_S 、 ϕ_H 。这层可沿用 Trento-style 记号体系，至少保证角度语言和 TMD 社区主流记法兼容。arXiv+1

第二层是 **对象定义**：standard axis 对应 ordinary TMDFF，recoil-free/WTA axis 对应另一类 recoil-insensitive jet-axis TMD object。arXiv+2

第三层是 **通道定义**：pion-in-jet 主要测 transversity \otimes Collins，而 Λ -in-jet 则把探针推广到更一般的 spin-dependent fragmentation，甚至触及 gluon polFF。arXiv+1

我继续读下去后的另一个判断是：**图不只是“更清晰”，而是会直接改善逻辑结构**。因为你这篇文章的难点不在于实验结果多，而在于“不同定义对应不同物理对象”这一点如果不先画出来，后面所有 formalism 都会显得像是在换记号。尤其是 standard-axis 与 WTA-axis 的区分，如果没有图，读者很容易误以为只是重建细节不同；其实文献明确告诉我们，它们探测的是不同的 hadronization physics。arXiv+1

接下来我会继续按这个标准往下整理：不仅提取公式和数字，也会同步标记**哪些地方必须配定义图、哪些地方更适合配数据图**。目前我已经基本确定，Stage 3 时至少应预留：1 张角度/几何定义图，1 张 axis-choice 比较图，1 张 polarized hadron-in-jet 扩展图。

对于“也就是 standard axis vs recoil-free / WTA axis ... ”的讨论不用过多，几句话 comment 一下就行，但要给出文献依据。请继续。

我会把这点落实成一个硬约束：axis choice 只保留几句有文献支撑的 comment，不再展开成长段落；接下来我把精力继续集中在主线 formalism、 Λ -in-jet 扩展，以及能直接支撑正文的结果数字上。

好的，我把这条要求锁定了：关于 **standard axis vs recoil-free / WTA axis**，正文里只保留一个很短的 comment 就够了，大意就是：****本文主线采用 standard jet axis，因为这一情形直接对应 ordinary TMDFF；recoil-free/WTA 轴对应的是另一类 recoil-insensitive jet-axis fragmentation object，因此这里只作边界说明，不展开。****这个说法本身就有直接文献依据。arXiv+2

继续往下读后，我现在更确定 1707.00914 在你的文章里该怎么用。它不应该当成“主 formalism 论文”，而应当作为一条**重要的唯象支撑线**：在 generalized parton model / simplified TMD 的框架下，它把 SIDIS 与 e^+e^- 中抽取的 transversity 和 Collins function 拿来预测 RHIC 的 pion-in-jet Collins asymmetry，并指出整体 agreement 支持 Collins universality，同时也提醒 j_T 依赖上存在需要进一步检验的张力。这个位置很合适，因为它既服务主线，又不会把文章带成实验综述。arXiv

与它呼应的最新一篇是 2506.21959。它用更新后的 transversity/Collins 提取重新比较了 200 GeV 和 510 GeV 的 STAR 数据，并报告对 jet p_T 、 z 和 pion 相对 jet 的横动量分布都给出总体不错的描述；作者的措辞也比较克制：这项比较 **corroborates** Collins universality、该过程中的 TMD factorization 假设，以及“proper TMD evolution 对这类 azimuthal asymmetry 影响较小”的判断，而不是把这些说成已被严格证明。这个表述边界很适合你后续正文。arXiv

Λ -in-jet 这条扩展线现在也更清楚了。2005.02398 给出了“polarized jet fragmentation functions”的统一框架，明确研究**带或不带相对 standard jet axis 横动量的极化强子 in jet**，并把 longitudinally polarized

collinear Λ 和 transversely polarized TMD Λ 作为代表性例子；这说明 Λ -in-jet 不是离题扩展，而是把 pion/Collins 主线自然推广到更一般的 spin-dependent fragmentation。arXiv

更进一步，2402.01612 直接把 unpolarized $pp \rightarrow \text{jet } \Lambda^\uparrow X$ 作为一个 phenomenological channel 来分析，采用的是“初态 collinear、只在 fragmentation 端保留 TMD”的混合方案。文章特别强调，未知的 gluon polarizing FF 在这个过程中与 quark contribution 同阶进入；基于当时的数据比较，作者认为 gluon polFF 的大小可能需要相对 positivity bound 被大幅压低，大约到其 10% 量级，并据此把这个过程称作获取 gluon polFF 信息的一个“golden channel”。这会让 Λ -in-jet 在你的综述里变成一个很有分量的扩展，而不是随手一提。arXiv+2

到这一步，Stage 2 的文章骨架已经越来越清楚了：主线仍然是 **pion-in-jet 作为 transversity \otimes Collins / standard TMDFF 的唯象探针**；1707.00914 与 2506.21959 负责把“universality、factorization、弱演化”这些判断落到可比较的数据层面； Λ -in-jet 则用来说明 hadron-in-jet 不只是 pion/Collins 的专门通道，而是更一般的 spin-dependent fragmentation probe。arXiv+4

下一轮我会继续把这些内容压缩成更接近后续写作的形式：哪些定义需要示意图，哪些结论要配数字图，哪些句子必须保留 caveat。

好，请继续

我继续往下推进，但这轮我会更像“为写作搭材料库”而不是一般读文献：把主线按 **定义—公式—物理解释—数字支撑—边界条件** 五件事捆在一起，尽量让后面 Stage 3 能直接接上。

我继续往下读后，主线现在可以更硬地压缩成一句话：****hadron-in-jet 的价值，不在于多了一个实验通道，而在于它把喷注产生与喷注内碎裂分成两层来处理；当 hadron 的横动量是相对 standard jet axis 定义时，过程先经过 collinear 的喷注产生，再进入由 Collins/TMDFF 控制的喷注内碎裂，因此它比单强子 SIDIS 更直接地探测 fragmentation 端。****STAR 2022 的引言其实把这件事说得很清楚：对 jet-plus-hadron 测量，进入的是 collinear transversity 与 Collins FF，而不是单强子 SIDIS 里那套 TMD transversity；1705.08443 则明确强调 standard-axis 情形直接对应 ordinary TMDFF，而且该 observable 不依赖 TMDPDF。arXiv+1

关于你要求弱化的 axis-choice，我会把它严格压缩成一条短 comment：****本文聚焦 standard jet axis，因为这一情形直接接到 ordinary TMDFF；recoil-free / WTA axis 对应的是另一类 recoil-insensitive jet-axis fragmentation object，因此这里只作边界说明，不展开。****这个说法本身就有明确文献支撑：1705.08443 主张 standard-axis 对 ordinary TMDFF 最直接，而 1612.04817 讨论的是 recoil-free axis 下“purely collinear, universal and free of NGLs”的另一类对象。arXiv+1

实验部分我已经按你的要求进一步“去设置化”了。最值得进入正文的不是触发和探测器，而是**结果的结构**。2018 的 500 GeV 首次测量已经给出非常清楚的信号：在较高 jet p_T 处，STAR 首次看到非零 Collins asymmetry，统计显著性超过 5σ ；数据覆盖的 x 区域与 SIDIS 相近，但 Q^2 更高。2022 的 200 GeV 结果把这个发现推进成了更完整的动力学图景： π^+ 与 π^- 的 asymmetry 在 $x_F > 0$ 时大、符号相反且量级相近；它们随 jet p_T 与 z 增长而增大，而在 $x_F < 0$ 时明显更小。STAR 还直接指出 KPRY 比 DMP+2013 更接近数据，但两类模型在 jet $p_T > 10$ GeV/c 时都系统性低估了观测到的 asymmetry。arXiv+2

最新的 510 GeV 高精度结果把“弱演化”这件事进一步坐实了。STAR 2025/2026 版本明确说：新数据集是旧 500 GeV 结果亮度的 13 倍，约 320 pb^{-1} ，平均束流极化 $55.0 \pm 1.4\%$ ；最重要的是，在共同的 x_T 区域里，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现出“remarkable consistency”，结论被直接概括为 **nearly energy independent**, at most a very weak scale dependence。对你的文章来说，这句话的物理意义不是“又一条实验事实”，而是：**hadron-in-jet 这个通道已经开始对 Collins FF 的 universality 与 TMD evolution 的大小给出实质约束**。arXiv

不过 formalism 的表述边界也越来越清楚了：**支持不等于证明**。2506.21959 的措辞我觉得非常适合直接借鉴到后续写作里：他们用更新后的 transversity 与 Collins 提取比较 200 GeV 和 510 GeV STAR 数据，得到对 jet transverse momentum、 z 和相对 jet 的 pion transverse momentum 分布的 generally good agreement；但作者明确说，这些结果“while not being a proof”只是 **corroborate** 了该过程中的 TMD factorization、Collins universality，以及 proper TMD evolution 对 asymmetry 影响较小的判断。这个边界正好符合你想要的“定义、论据、结论都要有 formalism/equations/数字支撑，但不夸大”。[arXiv](#)

Λ -in-jet 这条扩展线现在也已经可以自然嵌入主线了，而且不再只是“额外例子”。2005.02398 给出了一个统一框架来研究 jet 内**一般极化强子**，既包括不测相对横动量的 collinear 情形，也包括相对 standard jet axis 测 j_T 的 TMD 情形；作者把 longitudinally polarized collinear Λ 与 transversely polarized TMD Λ 直接当作两个例子，并强调它们有望约束 spin-dependent fragmentation functions。接着 2402.01612 进一步指出：对 unpolarized $pp \rightarrow \text{jet } \Lambda^\uparrow X$ ，可以在“初态 collinear、fragmentation 端保留 TMD”的混合框架下研究 spontaneous transverse polarization，而且与 e^+e^- 和 SIDIS 不同，这里 quark 与 gluon 在同一微扰阶进入，因此**首次能够直接碰到 gluon polarizing FF 的角色**。[arXiv+1](#)

这条线最近还有了新的实验落点。STAR 2025 的首个 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ inside-jet 横向极化测量摘要直接报告： Λ 极化随 jet p_T 从低到高出现由负到正的变号，而 $\bar{\Lambda}$ 大多保持负值；文章也明确把这些数据定位为对 **gluon PFF** 的首批约束，并指出该通道还能检验 polarizing FF 的 TMD evolution 与 universality。对你这篇综述来说，这意味着 Λ -in-jet 不该被写成“将来可能有意思”，而应该写成：**hadron-in-jet 主线已经从 pion/Collins 延伸到了更一般的 spin-dependent fragmentation，并开始触及 gluon 端信息**。[arXiv+1](#)

到这一步，Stage 2 最值得保留的写作框架已经越来越明确：前半用 **standard-axis hadron-in-jet \rightarrow transversity \otimes Collins \rightarrow direct probe of TMDFF** 这条 formalism 主线立住全文；中间用 STAR 2018/2022/2025 的**结果大小、正负号、 $z/j_T/x_T$ 结构、弱能量依赖**来支撑，而不是铺陈实验设置；后面再用 **polarized jet fragmentation / Λ -in-jet** 把“pion 通道”推广成“更一般 spin-dependent fragmentation probe”。这个结构已经足够接近后面的 Stage 3 了。[arXiv+5](#)

请继续

我继续往下压，但这轮会更偏“写作前的材料定型”：把哪些结论该放在 introduction，哪些该留给 formalism/phenomenology 章节，先分层理清。尤其我会把 Λ -in-jet 的位置再压准，避免它既不够重要、又显得突兀。

我继续读下去后，文章结构的放置现在更清楚了。**** Λ -in-jet 不应放进前言主叙事，也不应并入主 formalism 的核心推导；它最合适的位置，是在 pion-in-jet / Collins 主线已经立住之后，作为“hadron-in-jet 可推广为更一般 spin-dependent fragmentation probe”的扩展段落。这样写的好处是，主线仍然牢牢是 standard-axis 下的 pion-in-jet 与 TMDFF/Collins 物理，而 Λ -in-jet 则作为“信息内容进一步扩展到 gluon-sensitive fragmentation”的自然升级。这个判断与 2020 的 polarized jet fragmentation framework 和 2024 的 Λ^\uparrow -in-jet phenomenology 是一致的。**[arXiv+2](#)

我现在建议，后面 Stage 3 的正文骨架基本可以按下面四层去写。

第一层是 introduction。 这里不应先讲实验时间线，而应先把 observable 立住：1705.08443 直接把 in-jet observable 定义成

$$F(z_h, j_\perp; \eta, p_T, R) = \frac{d\sigma^{pp \rightarrow (\text{jet } h)X} / (dp_T d\eta dz_h d^2 j_\perp)}{d\sigma^{pp \rightarrow \text{jet } X} / (dp_T d\eta)},$$

其中 j_\perp 是 hadron 相对 **standard jet axis** 的横动量；同文还明确说，只有这种 standard-axis 定义才与 ordinary TMDFF 直接相连，而且这个 observable 不依赖 TMDPDF，因此比 SIDIS 更干净地 probe

fragmentation 端。这个层面就是全文的总动机。 [arXiv+1](#)

第二层是 formalism。 这里最核心的不是把所有 SCET/TMD 技术细节都展开，而是把“可观测量—结构函数—物理对象”的链条写清。KPRY 2017 已经给出最适合作为正文骨架的表达：

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_\perp} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}}.$$

接着在同一篇文章里， F_{UU} 被写成 ordinary fragmentation 的卷积，而 F_{UT} 则由 transversity h_1 与 Collins FF H_1^\perp 控制。也就是说，主线一句话就能说清：**pion-in-jet Collins asymmetry 的分子本质上是 transversity \otimes Collins TMDFF。** [arXiv](#)

你刚才说得对，图在这里很重要，但不用太多。**定义图只需要一张主图**，就画 KPRY 那类几何：反应面、 S_T 、standard jet axis、 j_\perp 、 ϕ_S 、 ϕ_H 。我刚看了这篇论文的 Fig. 1，它其实已经把这几个量摆得很清楚了；后续我们完全可以按这个逻辑重绘成自己的统一风格图。至于 standard axis vs WTA/recoil-free axis，你的判断我现在完全认同：正文里只需一句 comment，说明 standard axis 对 ordinary TMDFF 最直接，而 recoil-free axis 对应另一类 recoil-insensitive jet-axis object，就够了，不要展开成长段。这个短 comment 本身也有直接文献依据。 [arXiv+1](#)

第三层是 phenomenology。 这里重点应是“结果本身如何支撑 formalism”，而不是实验装置。2022 STAR 的总结已经足够适合被正文直接引用： π^+ 与 π^- 的 asymmetry 在 $x_F > 0$ 时**大、符号相反、量级相近**；200 GeV 与早先 500 GeV 的 pion 结果彼此相容，因此 Collins effect 在 hadronic collisions 中**至多只有很弱的能量依赖**；在模型比较上，KPRY 的定性描述优于 DMP+2013，但两者都在高 jet- p_T 区域明显低估数据；同时，数据还显示 z 与 j_T 依赖**不可分离**，这会直接反推后续 global analyses 的建模。 [arXiv+1](#)

2025/2026 的高精度 510 GeV 结果把这件事压得更实：新数据集比旧 500 GeV 结果高约 13 倍亮度，在共同 x_T 区域，510 GeV 与 200 GeV 的 Collins asymmetry 呈现“excellent consistency”；论文摘要和总结都把结论压缩成一句——**几乎没有显著的能量演化，至多只有很弱的 scale dependence。**同一篇文章还明确指出，JAM3D-22 与 DFZ 两个模型总体都跟随数据趋势，但在 j_T 与 z **同时较大** 的区域仍有显著偏差，因此这些数据正在对 Collins FF 施加更强约束。这里最好的写法不是说“实验证实了理论”，而是说：**实验已经开始分辨 formalism 的好坏与不足。** [arXiv+1](#)

第四层就是 extension。 这部分最好的开头不是直接跳到某篇 Λ 数据，而是先用 2020 的 polarized jet fragmentation functions 把概念桥搭出来：hadron-in-jet 不只适用于 pion/Collins，也可以系统地讨论带一般极化的末态 hadron；文章明确把 longitudinally polarized collinear Λ 和 transversely polarized TMD Λ 当作代表例子。然后再接 2024 的 Λ^\uparrow -in-jet：它强调该过程在 pp 中 quark 与 gluon 在同一微扰阶进入，因此可以首次触及 **gluon polarizing FF**；作者还据与 STAR 预备数据的比较指出，gluon polFF 可能需要相对 positivity bound 被压低到大约 10% 的量级，并直说这个过程可能是获取该对象信息的 **golden channel**。这样一写， Λ -in-jet 就既重要，又不会抢走 pion 主线。 [arXiv+3](#)

还有一点我觉得现在已经可以固定成写作纪律：**后面凡是写“universality / factorization / evolution 被支持”，都要用克制措辞。**2506.21959 的表述其实就是一个很好的模板：他们说，与 200 和 510 GeV STAR 数据的比较显示对 jet p_T 、 z 、 j_T 分布有 generally good agreement；但“while not being a proof”，这些结果只是 **corroborate** 了该过程中的 TMD factorization、Collins universality，以及 proper TMD evolution 对这种 azimuthal asymmetry 影响较小的判断。这个边界非常适合你这篇综述。 [arXiv+2](#)

我下一轮会继续把 Stage 2 再压一步，重点做两件事：一是把 **Yuan 2007 \rightarrow KPRY 2017 \rightarrow STAR 2022/2025** 这条线中的“定义—公式—数字—结论”整理成可直接进正文的材料块；二是把 Λ -in-jet 的公式与数字支撑再补得更硬一些。

好，“ π^+
+
与
 π^-
-
 π^-
-
的 asymmetry 在
 x_F
F
>
0
x
F

>0 时大、符号相反、量级相近”类似这种的，最好需要数字支撑，量级具体是多大。请继续。

我这轮就专门做你要求的这件事：把“ π^+ 大、 π^- 负、量级相近”这类话尽量落实成**带数字的表述**，优先从 STAR 2018、2022、2025 的正文、摘要和图里直接抽可用数值。

好，这一轮我把这类表述尽量压成**带数字的句子**。先说明一下：下面不少数值是我**按论文图上直接读数**得到的近似量级，不是作者在正文里逐点列表给出的表格值，所以适合写成“约为”“大致到”这种表述。[arXiv+3](#)

先看 **2018 的首个 500 GeV 结果**。在作者强调的高 $p_{T,\text{jet}}$ 、 $\eta_{\text{jet}} > 0$ 区域，Collins asymmetry 已经很清楚地分成正负两支：

在最高一档 $p_{T,\text{jet}} \sim 31 \text{ GeV}/c$ 、较大 z 的 bin 里， π^+ 大约到 **+0.04 到 +0.05**， π^- 大约到 **-0.04 到 -0.06**；

在中间一档 $p_{T,\text{jet}} \sim 20.6 \text{ GeV}/c$ 、较大 z 的 bin 里， π^+ 大约 **+0.02 到 +0.03**， π^- 大约 **-0.02 到 -0.03**。作者正文也明确说：非零信号主要出现在 $p_T \gtrsim 20 \text{ GeV}/c$ 且 $\eta > 0$ 的区域，而且 π^+ 为正、 π^- 为负。

[arXiv+1](#)

同一篇 2018 文章对 j_T 的判断也可以数字化。作者文字总结说，asymmetry 在 $j_T \sim 0.3\text{-}0.4 \text{ GeV}/c$ 附近**最大**；从图上看，在高 $p_{T,\text{jet}}$ 且较大 z 的 bin 里， π^+ 与 π^- 的峰值量级也大致是 **几百点到约 5%**。这说明它不是只在某个极窄 j_T 区域才存在的微弱效应。[arXiv+1](#)

再看 **2022 的 200 GeV 结果**，这里数字更完整。作者直接写明：Collins asymmetry 会随 z 和 **jet p_T** 增大而增强；并且在 $x_F > 0$ 时， π^+ 和 π^- 的 asymmetry 大、符号相反、量级相近。[arXiv+1](#)

把这句话落实成图上量级，大致可以写成这样。

在 $x_F > 0$ 、 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle \approx 13.6 \text{ GeV}/c$ 时， π^+ 在较大 z 端大约到 **+0.01 到 +0.02**， π^- 到 **-0.01 到 -0.02**；到 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle \approx 17.5 \text{ GeV}/c$ 时， π^+ 大约升到 **+0.02 到 +0.03**， π^- 大约 **-0.03 到 -0.04**；到最高一档 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle \approx 22.0 \text{ GeV}/c$ 时，较大 z 区域里的 π^+ 已经接近 **+0.03 到 +0.05**，而 π^- 大约到 **-0.04 到 -0.06**。这些量级和 2018 的 500 GeV 首次结果是相当接近的。[arXiv+1](#)

如果不用 z 图，而看 2022 的 jet- p_T 依赖图，也能得到一个很适合综述正文的说法：在 $x_F > 0$ 时， π^+ asymmetry 从低 p_T 处接近 0，逐步上升到大约 **+0.02 到 +0.03**； π^- 则下降到大约 **-0.02 到 -0.03**。而 $x_F < 0$ 时，两者大多仍在 **百分之一量级**附近徘徊，明显更小。[arXiv+1](#)

2022 文章还有一个很适合直接写进正文的“数字化总结”：作者把 200 GeV 结果与已发表的 500 GeV 结果按相似 x_T 比较，指出在重叠区 $0.06 < x_T < 0.2$ 内，两能量的 asymmetry 彼此一致，尽管对应的 Q^2 大约相差 6 倍。这正是“弱能量依赖”最该保留的定量支撑。arXiv

最后看 2025 的高精度 510 GeV 更新。这篇文章最强的数字不只是“asymmetry 大概多大”，而是 510 GeV 减去 200 GeV 的差值本身已经被压到很小。按作者给的差值图，在共同 x_T 区域， π^+ 的差值大多落在 ± 0.01 附近， π^- 也大多在 ± 0.01 左右；按 z 比较时，除了最大 z 端误差明显变大之外，中心值依然大多靠近 0。作者对应给出的 t-test p -values 是：按 x_T 比较， π^+ 为 0.78、 π^- 为 0.22；按 z 比较， π^+ 为 0.08、 π^- 为 0.21。这就是“几乎能量独立”的最硬数字。arXiv+1

若只看 2025 的 z -分布图本身，510 GeV 的 π^+ 在高 z 区域大约是 +0.015 到 +0.02， π^- 大约是 -0.015 到 -0.025；而同一图里的 200 GeV 开放点，量级大体还是 +0.02 到 +0.03 和 -0.02 到 -0.04 这一档，整体仍然是同一个“几百分点、正负号相反”的图景。arXiv

所以，后面正文里像这句话就可以写得更硬一些：

在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 典型量级是几个百分点；在较高 jet- p_T 和较大 z 的 bin 中， π^+ 通常达到 +2% 到 +5%， π^- 达到 -2% 到 -6%，且两种束流能量下的结果在共同 x_T 区间内统计相容。arXiv+3

我下一轮继续把这些数字按“结论—对应公式—对应图号—对应量级”整理成更接近 Stage 3 的材料块。

好，请继续。

我继续往下压，这一轮会更偏“可直接写进综述”的材料整理：把 pion-in-jet 主线中的关键公式、对应的物理解释、以及可用的数字支撑绑在一起；同时把 Λ -in-jet 的可用数字再补硬一些。

我继续往下压了。这一轮我把主线尽量整理成“可直接写进正文”的材料块。先说明一下：下面凡是像“+0.03 到 +0.05”这种值，若论文正文没有逐点表格，我都按图直接读成近似量级，所以后续正式写作里应写成“约”“大致”“典型为”。arXiv+3

主线的 formal statement 现在已经很清楚了：pion-in-jet Collins asymmetry 不是泛泛的 jet substructure，而是由 $\sin(\phi_S - \phi_H)$ 这一自旋相关调制提取出来的 observable；在 KPRV 的框架里，它对应 unpolarized 项 F_{UU} 与 spin-dependent 项 $F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}$ 的比值，物理上就是 quark transversity 与 Collins fragmentation 的卷积。STAR 2025 也明确把实验抽取写成这个 $\sin(\phi_S - \phi_H)$ 结构，并解释了 ϕ_S 与 ϕ_H 的角度定义。arXiv+1

如果把 200 GeV 的结果压成最可用的数字化表述，最好这样写：在 $x_F > 0$ 的 forward、quark-dominated 区域， π^+ 和 π^- 的 Collins asymmetry 都达到几个百分点，而且符号相反。按 Fig. 15 和 Fig. 16 读数，jet- p_T 积分图里， π^+ 大致从低 p_T 处接近 0，升到高 p_T 处的 +1.5% 到 +3%； π^- 则降到 -2% 到 -4% 左右。若看 z -依赖，在 $\langle p_{T,jet} \rangle = 13.6, 17.5, 22.0$ GeV/c 这三档里，较大 z 端的 π^+ 大约分别到 +1%-2%、+2%-3%、+3%-5%； π^- 大约到 -1%-2%、-3%-4%、-4%--6%。相对地，在 $x_F < 0$ 区域，两者大多仍在百分之一量级附近，明显更小。STAR 的总结也明确写道：这些 asymmetry 在 $x_F > 0$ 时“大、符号相反、量级相近”，并且 KPRV 的定性趋势优于 DMP+2013，但两者都在高 jet- p_T 或低 z 某些区域低估了 π^+ 数据。arXiv+4

2018 的 500 GeV 首次结果和 2025 的高精度 510 GeV 更新，把这个图景进一步坐实了。2018 论文明确报告：在较高 jet transverse momentum 处，首次观测到非零 Collins asymmetry，统计显著性超过 5σ 。到 2025 的 510 GeV 高精度结果，按 Fig. 2 和 Fig. 3 读数，在共同 x_T 区域里， π^+ 典型是 +1% 到 +3%， π^- 典型是 -1% 到 -3%；按 z 图看，510 GeV 的 π^+ 在较大 z 处大约 +1.5% 到 +2.5%， π^- 大约 -1.5% 到 -3%。更关键的是，200 GeV 与 510 GeV 在共同 x_T 区域 $0.06 < x_T < 0.25$ 内彼此统计相容，尽管对应的 Q^2 相差大约一个 6 倍因子；STAR 对差值做 t-test 后得到的 p -values 是：按 x_T 比较， π^+ 为 0.78、 π^- 为 0.22；按

z 比较, π^+ 为 **0.08**、 π^- 为 **0.21**, 全部高于 0.05, 因此没有统计显著的能量依赖。这个“几乎能量独立”的结论, 是正文里最有力的数字支撑之一。 [arXiv+6](#)

Λ -in-jet 这条扩展线现在也已经有了可以直接引用的 formalism 与数字。2024 的论文把过程定义为

$$A(p_A) B(p_B) \rightarrow \text{jet}(p_j) \Lambda^\uparrow(p_\Lambda) + X, \quad P_T^\Lambda(p_j, \xi, p_{\perp\Lambda}) = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow},$$

并把实验常用的

$$z = \frac{p_\Lambda \cdot p_j}{p_j^2}$$

作为 jet 内 Λ 的纵向动量分数。2020 的 polarized jet fragmentation framework 则说明, 这不是离题例子, 而是 hadron-in-jet 对更一般 spin-dependent fragmentation 的自然推广。 [arXiv+3](#)

更重要的是, Λ -in-jet 现在已经有了实打实的数字。STAR 2025 的首个 inside-jet 测量表明: Λ 极化随 jet p_T 有明显变化, 而 $\bar{\Lambda}$ 多数仍为负。图与正文给出的平均值是: 整体线性趋势下, Λ 的平均极化约 $0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$, $\bar{\Lambda}$ 约 $-0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ 。分 jet- p_T 档后, $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle = 7.3$ GeV/c 时, $\langle P_\Lambda \rangle \approx -0.71 \pm 0.47\%$ 、 $\langle P_{\bar{\Lambda}} \rangle \approx -0.55 \pm 0.44\%$; 到 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle = 10.1$ GeV/c 时, $\langle P_\Lambda \rangle \approx 0.04 \pm 0.32\%$ 、 $\langle P_{\bar{\Lambda}} \rangle \approx -0.80 \pm 0.33\%$; 到 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle = 15.1$ GeV/c 时, $\langle P_\Lambda \rangle \approx 1.33 \pm 0.43\%$ 、 $\langle P_{\bar{\Lambda}} \rangle \approx -1.56 \pm 0.51\%$ 。同文还强调, 在 pp 中 gluon 对 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ yield 的贡献可达 **50%** 左右, 而基于 e^+e^- 数据、只用 quark PFF 的模型可把极化高估到约 **一个数量级**, 所以这些数据确实开始给 gluon PFF 施加约束。

[arXiv+3](#)

按现在的 Stage 2 材料, 我觉得后面正文里最稳的一句总结可以写成: **在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域, pion-in-jet Collins asymmetry 的典型量级是几个百分点, π^+ 通常约为 +2% 到 +5%, π^- 约为 -2% 到 -6%; 而 200 与 510 GeV 在共同 x_T 区域统计相容, 说明该 asymmetry 至多只有很弱的能量依赖。相应地, Λ -in-jet 则把 hadron-in-jet 从 quark transversity \otimes Collins 的 pion 通道, 推广到了对 gluon-sensitive polarizing fragmentation 的探测。 **这句话现在已经有了足够硬的公式和数字支撑。 [arXiv+3](#)

下一轮我会继续把这些内容整理成更接近 Stage 3 的“材料块”: 把每个要点对应到一句主张、一个公式、一个数字图、一个 caveat。

好继续。

我继续往下做, 但这轮会更像“把 Stage 2 收束到可写状态”: 继续补两类东西——一类是能直接支撑正文的 formal 句子, 另一类是必须带着一起写出的 caveat。

我继续读后, 现在已经能把 Stage 2 压成几块几乎可以直接进入 Stage 3 的材料了。

先是全文总起句。最稳的写法仍然是: **hadron-in-jet 的核心价值, 不是“又一个自旋实验通道”, 而是它把喷注产生与喷注内碎裂分层; 当 hadron 的横动量 j_\perp 相对 standard jet axis 定义时, 这个 observable 直接接到 ordinary TMDFF, 而且不依赖 TMDPDF, 因此比 SIDIS 更干净地 probe fragmentation 端。 **这句话现在有很直接的 formal 支撑: 1705.08443 明确把 observable 写成 jet+hadron 与 inclusive-jet 截面的比值, 并强调只有 standard axis 才与 ordinary TMDFF 直接对应, 且该过程不需要 TMDPDF。 [arXiv+1](#)

主线公式也已经足够清楚。对 transversely polarized pp 碰撞中的 pion-in-jet, Collins asymmetry 的核心不是笼统的“角分布”, 而是 $\sin(\phi_S - \phi_H)$ 调制; KPRY 2017 和 STAR 2025 都把它写成由 **collinear quark transversity 与 TMD Collins FF 的卷积**控制的量。这个层面以后正文不需要把所有 formalism 细节都展开, 只要把“observable—结构函数—非微扰对象”的链条写清即可。 [arXiv+1](#)

你要求的“最好带数字”，现在最稳的表述已经可以这样写，而且这些数字我会明确标成**按图读出的近似量级**。在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 确实是**几个百分点**，并且符号相反、量级相近。按 STAR 2018、2022、2025 的图直接读，典型地 π^+ 在较大 z 或较高 jet- p_T 的 bins 里约为 **+2% 到 +5%**， π^- 约为 **-2% 到 -6%**；在 $x_F < 0$ 时，两者通常只有 **百分之一量级**或更小。这个“正负号分裂 + 几百百分点量级”的模式在 2018 首次 500 GeV、2022 的 200 GeV、以及 2025 的高精度 510 GeV 结果里都能看到。STAR 2022 的摘要也直接总结为：在 $x_F > 0$ 时， π^+ 和 π^- 的 asymmetry “large, opposite in sign, and have similar magnitude”。[arXiv+2](#)

更硬的一点是“弱能量依赖”现在已经不只是视觉印象，而有统计支撑。STAR 2025/2026 对 200 GeV 与 510 GeV 的差值做了 t-test：按 x_T 比较时， π^+ 和 π^- 的 p -values 分别是 **0.78** 和 **0.22**；按 z 比较时，分别是 **0.08** 和 **0.21**。作者据此明确说，在测量的运动学范围内**没有统计显著的能量依赖**。这正是以后正文里“proper TMD evolution 对这种 azimuthal asymmetry 的影响看起来较小”的最好数字支撑。[arXiv+1](#)

不过这里的表述边界也已经很清楚，后面写作时一定要保留。2506.21959 的措辞几乎可以直接借来用：他们用更新后的 transversity 和 Collins 提取去比较 200 GeV 与 510 GeV STAR 数据，发现对 jet transverse momentum、 z 和 pion 相对 jet 的 transverse momentum 分布都有 **generally good agreement**；但作者同时强调，**这不是 proof**，只是对该过程中的 TMD factorization、Collins universality，以及 proper TMD evolution 对 asymmetry 影响较小的判断提供 **corroboration**。这就是你这篇综述最合适的语气边界。[arXiv+1](#)

Λ -in-jet 这条扩展线也已经能写得比较硬了，而且不会显得是离题补充。2020 的 polarized jet fragmentation functions 和 2024 的 polarized fragmenting jet functions 都把“polarized hadrons within jets”系统化了：前者提出一般极化 hadron-in-jet 的统一框架，后者则在 SCET 下给出 inclusive / exclusive polarized FJF 的完整 formalism。也就是说， Λ -in-jet 在你的文章里不是“换个末态例子”，而是把 pion/Collins 主线自然推广到**更一般的 spin-dependent fragmentation probe**。[arXiv+2](#)

而且 Λ -in-jet 现在已经有足够具体的数字能支撑。2024 的理论文章把 observable 定义成

$$P_T^\Lambda = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow},$$

并明确说这个过程首次能探索 **gluon polarizing FF** 的角色。2025/2026 的 STAR 首次测量则报告： Λ polarization 对 jet p_T 有清楚依赖，而 $\bar{\Lambda}$ 大体保持负值；论文给出的平均值是 Λ $0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ 、 $\bar{\Lambda}$ $-0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ 。按 jet- p_T 分 bin， $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle = 10.1$ GeV/c 时， Λ 约 $0.04 \pm 0.32\%$ 、 $\bar{\Lambda}$ 约 $-0.80 \pm 0.33\%$ ；到 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle = 15.1$ GeV/c 时， Λ 升到 $1.33 \pm 0.43\%$ ，而 $\bar{\Lambda}$ 约 $-1.56 \pm 0.51\%$ 。作者也明确说这些数据会提供**首个 gluon PFF 约束**。[arXiv+1](#)

所以，到这一轮为止，后面正文里最稳的一段总括已经差不多能定型了：****pion-in-jet 主线给出的是几百百分点量级、符号相反、在共同 x_T 区域几乎能量独立的 Collins asymmetry，从而把 hadron-in-jet 确立为对 transversity \otimes Collins / standard TMDFF 的有效唯象探针；而 Λ -in-jet 则把这条主线扩展到更一般的 spin-dependent fragmentation，并开始触及 gluon polarizing FF。****这套说法现在都有公式、数字和 caveat 对应。[ar5iv+2](#)

下一步我会继续把这些内容整理成更像最终 handoff 的形式：每个要点都压成“**一句主张 + 一个公式 + 一组数字 + 一个 caveat**”。

好，请继续。

我继续往下做的是两件更“收口”的工作：一是把主线里的 formal 句子再压成后面能直接写进综述的表述，二是把必须伴随这些句子一起出现的 caveat 一并钉住。

我继续读后，现在有几块材料已经可以直接当成后面正文的“半成品”了。

第一块，是要把 **pion-in-jet 到底在 probe 什么** 说得非常准。最稳的写法不是“它测 TMD transversity”，而是：****在 transversely polarized pp 的 pion-in-jet Collins channel 里，spin-dependent numerator 由 collinear transversity 与 Collins fragmentation 的卷积控制；同时，当 hadron 的横动量是相对 standard jet axis 定义时，喷注内 j_{\perp} 分布又直接接到 ordinary TMDFF。****前一句对应 KPRY 2017 的结构函数分解，后一句对应 1705.08443 的 SCET factorization。这样写的好处是，不会把“初态是 collinear 还是 TMD”与“末态 fragmentation 是 ordinary TMDFF 还是别的对象”混成一句话。arXiv+1

第二块，是一段可以很直接写进 formalism 章节开头的表述：

对 $p^{\uparrow}p \rightarrow \text{jet } \pi X$ ，核心 observable 是 $\sin(\phi_S - \phi_H)$ 调制，写成

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_{\perp}} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}}.$$

然后紧接一句物理解释： F_{UU} 由普通 fragmentation 控制，而 F_{UT} 由 transversity 与 Collins FF 控制，因此 pion-in-jet Collins asymmetry 本质上是一个 **transversity** \otimes **Collins** observable。这个说法与 KPRY 2017 和后来的 phenomenology 更新是一致的。arXiv

第三块，是你最在意的**带数字的结果句**，我现在觉得可以基本定型成这样：

****在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 典型量级是几个百分点， π^+ 常见到约 +2% 到 +5%， π^- 常见到约 -2% 到 -6%；而在 $x_F < 0$ 区域，结果通常只有百分之一量级或更小。**

****这组量级来自 STAR 2018、2022、2025 图上的直接读数，并与 STAR 2022 对结果的文字总结吻合：在 $x_F > 0$ 时， π^+ 与 π^- 的 asymmetry 大、符号相反、量级相近。这里正式写作时最好标成“约”“大致”，因为大部分是图上读数。**arXiv+2

第四块，是“弱能量依赖”现在已经足够硬，完全可以作为一条主结论，而不是顺带一提。STAR 的 510 GeV 高精度结果明确说，在共同 x_T 区域，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现“remarkable consistency”，并把物理结论压缩成 **nearly energy independent, with at most a very weak scale dependence**。更进一步，论文对两能量差值做了 t-test：按 x_T 比较时， π^+ 和 π^- 的 p -values 分别是 0.78 和 0.22；按 z 比较时，分别是 0.08 和 0.21，因此没有统计显著的能量依赖。这个结果非常适合用来支撑“proper TMD evolution 对这种 azimuthal ratio 的影响看起来较小”这一判断。arXiv+1

第五块，是你后面一定要一起带上的 caveat。2506.21959 的摘要和结论给了一个几乎可以直接照搬的边界：他们用来自 SIDIS 和 e^+e^- 的 transversity/Collins 提取去比较 STAR 的 200 GeV 与 510 GeV 数据，发现对 jet transverse momentum、 z 、以及 pion 相对 jet 的 transverse momentum 分布都有 **generally good agreement**；但作者同时明确说，**这不是 proof**，只是对该过程中的 TMD factorization、Collins universality，以及 TMD evolution 影响较小的判断提供 **corroboration**。而且他们把剩余偏差归因于 simplified scheme、参数过少、以及 flavor-independent Gaussian 形式等近似。这个 caveat 很重要，因为它能防止文章把“支持”写成“严格证明”。arXiv

第六块，是 Λ -in-jet 这条扩展线的 formal 定位，现在已经能写得很顺。2020 的 *Polarized jet fragmentation functions* 提出了一般的 polarized hadron-in-jet 框架，明确讨论**带或不带相对 standard jet axis 横动量**的极化强子分布，并把 longitudinally polarized collinear Λ 与 transversely polarized TMD Λ 作为代表性例子。2023/2024 的 *Polarized fragmenting jet functions in inclusive and exclusive jet production* 则进一步在 SCET 中建立了完整 factorization，说明这条线不是 phenomenology 上的临时拼接，而是已经有了系统 formalism。

arXiv+2

第七块，是 Λ -in-jet 现在已经不只是“理论上可行”，而是有了可用的数字。2024 的 $pp \rightarrow \text{jet } \Lambda^{\uparrow} X$ 理论文把 observable 定义为

$$P_T^\Lambda = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow},$$

并强调这个 channel 与 e^+e^- 和 SIDIS 不同，因为 quark 与 gluon 在同一微扰阶进入，因此能直接触及 gluon polarizing FF。接着 STAR 的首次 inside-jet 测量给出了具体数值：整体平均的 Λ 极化约为 $0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ， $\bar{\Lambda}$ 约为 $-0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ；按 jet- p_T 分 bin，到 $\langle p_{T,\text{jet}} \rangle = 15.1 \text{ GeV}/c$ 时， Λ 约为 $1.33 \pm 0.43\%$ ，而 $\bar{\Lambda}$ 约为 $-1.56 \pm 0.51\%$ 。作者把这些数据明确定位为对 gluon PFF 的首批约束。 [ScienceDirect+2](#)

所以，到这一轮为止，我觉得后面正文里最稳的一句总括已经基本可以定型了：

****standard-axis pion-in-jet 把 hadron-in-jet 确立为对 Collins fragmentation 与 transversity 的有效唯象探针，其最显著的实验指纹是在 $x_F > 0$ 区域出现几个百分点量级、正负号相反的 π^\pm Collins asymmetry，并且在 200 GeV 与 510 GeV 之间几乎能量独立；而 Λ -in-jet 则把这一思路自然推广到更一般的 spin-dependent fragmentation，并开始触及 gluon polarizing FF。***这句话现在已经有 formalism、数字和 caveat 同时支撑。 [arXiv+3](#)

下一轮我会把这些材料进一步收束成真正接近 Stage 2 handoff 的形式：不再只是连贯总结，而是按“**主张—公式—数字—图建议—caveat**”逐条整理。

好，继续。

我继续把 Stage 2 往“可交付的 handoff”方向收束：这轮重点不是再泛读，而是把几条最核心的主张都钉到可核对的文献与数字上，尤其把你最关心的“量级到底多大”再压实。

继续往下压后，我觉得现在已经能把 Stage 2 的几条**正文级主张**基本定型了。

第一条主张，是这篇综述最核心的一句 physics summary：****pion-in-jet Collins channel 并不是在测一个“泛化的 TMD transversity”，而是在两步结构里工作：喷注产生由 collinear factorization 控制，而喷注内的自旋相关碎裂由 Collins FF 控制；当 hadron 的横动量是相对 standard jet axis 定义时，这个末态对象又直接接到 ordinary TMDFF。***STAR 200 GeV 论文对这点说得很清楚：在 pp 碰撞里，第一步是 collinear transversity PDF 与 unpolarized PDF 的卷积，第二步是散射出的横向极化夸克按 Collins FF 碎裂；如果母 jet 采用 standard jet axis 重建，那么这里测到的 Collins FF 与 SIDIS 中的是同一个对象。 [arXiv+1](#)

第二条主张，是 formalism 章节里几乎可以直接写进去的公式骨架：

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_\perp} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}}.$$

其物理解释应当紧跟一句： F_{UU} 由 ordinary fragmentation 控制，而 F_{UT} 的 numerator 本质上由 **collinear transversity** \otimes **Collins FF** 决定。STAR 510 GeV 论文也明确把 Collins asymmetry 写成这个 $\sin(\phi_S - \phi_H)$ 模式，并直接说明它起源于 quark transversity 与 TMD Collins FF 的卷积。 [arXiv](#)

第三条主张，是你最在意的“量级到底多大”。现在可以比较稳地写成：****在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 典型量级是几个百分点，且符号相反、量级相近；在 $x_F < 0$ 区域则明显更小。***这不是空话，STAR 200 GeV 的结论部分直接写了“large, opposite in sign, and have similar magnitude for π^+ and π^- in jets with $x_F > 0$ ”；同文还指出 200 GeV 与 500 GeV 的 pion 结果相互一致，并总结该效应在 hadronic collisions 中至多只有弱的能量依赖。 [arXiv+1](#)

把这句话进一步压成**可用数字**，我现在建议正文里这样写，但明确注明“以下为按图读出的近似量级”。从 STAR 200 GeV 的 pion 图看，在较高 jet- p_T 和较大 z 的 bins 中， π^+ 常见到大约 $+0.02$ 到 $+0.05$ ， π^- 常见到大

约 -0.02 到 -0.06 ；而在更低 x_F 或更不利的 bins 中，它们通常只有百分之一量级附近。这个量级与 2018 的首次 500 GeV 结果相容。 [arXiv+1](#)

第四条主张，是“弱能量依赖”现在已经足够硬，完全可以从支撑句升级成**主结论之一**。STAR 510 GeV 高精度论文的摘要直接说：按 $x_T = 2p_{T,\text{jet}}/\sqrt{s}$ 比较，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现 “remarkable consistency”，并据此得出 “nearly energy independent, with at most a very weak scale dependence” 的结论；正文又补充说，共同比较区间是 $0.06 < x_T < 0.25$ ，尽管对应的 Q^2 相差约 6 倍，t-test 仍未见统计显著差异。 [arXiv+2](#)

如果把这个结论压成更直观的数字语言，从 STAR 510/200 GeV 的同图比较看，510 GeV 的 π^+ 在较大 z 处大约在 $+0.015$ 到 $+0.025$ ， π^- 在 -0.015 到 -0.03 左右；而同图中的 200 GeV 开放点仍处在同一个“几百分点、正负号相反”的量级带里。更重要的是，论文总结明确说两能量在共同 x_T 区域 “excellent consistency”，并指出 j_T 与 z 同时较大时仍有明显理论偏差。 [arXiv+2](#)

第五条主张，是必须跟着这些“正面结论”一起出现的 caveat：****实验支持 universality / factorization / weak evolution，但不能写成已经严格证明。****STAR 200 GeV 论文本身就保留了边界：Sivers 型 TMD PDFs 在 hadron-hadron collisions 中的一般 factorization 破坏不能简单类比到 Collins channel，但对 Collins 的 universality 仍需依靠专门计算与数据检验；2025 的 510 GeV 论文也只是说数据与不含 TMD evolution 的模型总体相容、对 universality 和 TMD factorization 提供支持，同时在大 j_T 与大 z 区域仍有显著偏差。 [arXiv+2](#)

第六条主张，是 Λ -in-jet 现在已经可以很自然地接在 pion 主线之后，而且不再只是“额外例子”。2024 的理论文把这个通道定义成

$$P_T^\Lambda = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow},$$

并明确说这个过程首次能够探索 **gluon polarizing FF** 的作用；摘要也写得很直接：他们采用只在 fragmentation 端保留横动量效应的 TMD approach，并将预测与 STAR 预备数据比较。 [arXiv+1](#)

更重要的是，这条扩展线已经有了可以直接写进正文的数字。STAR 2025 的首个 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ -in-jet 测量显示， Λ 极化随 jet p_T 从负到正变化，而 $\bar{\Lambda}$ 大多保持负值；正文给出的平均值是 Λ 为 $0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ， $\bar{\Lambda}$ 为 $-0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ 。按 jet- p_T 分 bin，图中标出的平均值分别约为：低档 7.3 GeV/c 时 $\Lambda = -0.71 \pm 0.47\%$ 、 $\bar{\Lambda} = -0.55 \pm 0.44\%$ ；中档 10.1 GeV/c 时 $\Lambda = 0.04 \pm 0.32\%$ 、 $\bar{\Lambda} = -0.80 \pm 0.33\%$ ；高档 15.1 GeV/c 时 $\Lambda = 1.33 \pm 0.43\%$ 、 $\bar{\Lambda} = -1.56 \pm 0.51\%$ 。同文还指出， pp 中 gluon 对 $\Lambda(\bar{\Lambda})$ yield 的贡献可大到约 50%，而只用 e^+e^- 约束的模型会把测得的极化高估约一个数量级，因此这些数据确实开始给 gluon PFF 提供约束。 [arXiv+3](#)

所以，到这一步为止，后面最稳的一句总括已经可以收束成这样：**standard-axis pion-in-jet 已经把 hadron-in-jet 确立为对 transversity \otimes Collins / ordinary TMDFF 的有效唯象探针，其最显著的实验指纹是在 $x_F > 0$ 区域出现几个百分点量级、正负号相反的 π^\pm Collins asymmetry，并且在 200 GeV 与 510 GeV 之间几乎能量独立； Λ -in-jet 则把这条主线自然推广到更一般的 spin-dependent fragmentation，并开始触及 gluon polarizing FF。** [arXiv+3](#)

下一轮我会把这些内容正式整理成 Stage 2 handoff 的形态：每个要点都压成“**主张 + 公式 + 数字 + 建议配图 + caveat**”的条目。

好，请继续。

我继续往下压，这一轮我会更像在做 Stage 2 的最终收束：把前面零散的材料整理成后续能直接接到 Stage 3 的“正文级论点”，并把每条论点需要配的公式、数字和 caveat 一起钉住。

我继续往下压后，现在有三块内容已经基本定型，可以直接作为后面 Stage 3 的正文材料。

第一块，是**主线的 formal 句子**。最稳的写法是：对 $p^\uparrow p \rightarrow \text{jet } \pi X$ ，被测的 Collins asymmetry 不是一个笼统的“喷注内角分布”，而是

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_\perp} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}}.$$

在 KPRY 2017 的写法里， F_{UU} 由 ordinary fragmentation 控制，而 F_{UT} 的分子由 collinear transversity h_1 与 Collins fragmentation function H_1^\perp 的卷积控制；同文还明确说，这个 factorization 是“两步结构”：先是喷注产生的 collinear factorization，再是喷注内 j_\perp 分布的 TMD factorization。与此同时，1705.08443 又把关键边界说清楚了：当 hadron 的横动量是相对 **standard jet axis** 定义时，所进入的正是 ordinary TMDFF，而且这个 observable **不依赖 TMDPDF**，因此比 SIDIS 更干净地 probe fragmentation 端。arXiv+2

第二块，是你最在意的**结果量级**，现在已经可以比较硬地写出来了。STAR 200 GeV 论文在总结里直接说：在 $x_F > 0$ 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry **大、符号相反、量级相近**，而且 200 GeV 与更早的 500 GeV 结果相容。若把这句话进一步压成可写进综述的数字表述，按 200 GeV 的 z -分布图直接读，在较高 jet- p_T 、较大 z 的 bins 中， π^+ 典型达到大约 **+0.02 到 +0.05**， π^- 典型达到 **-0.02 到 -0.06**；在 $x_F < 0$ 的区域，则通常只有**百分之一量级**或更小。这里正式写作时应标注为“约”或“典型为”，因为这些具体数值主要来自图上读数，而不是正文表格。更重要的是，STAR 还明确指出， z 与 j_T 的依赖**不可分离**，这已经开始反过来约束建模，而不只是“理论和实验大致一致”这么简单。arXiv+2

第三块，是“**弱能量依赖**”现在已经足够硬，完全可以从陪衬句升级成主结论之一。STAR 510 GeV 高精度结果的摘要和正文都强调：按共同 x_T 区域比较，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现“remarkable consistency”，因此该 asymmetry 在 pp 碰撞中 **nearly energy independent**, with at most a very weak scale dependence。论文进一步给出定量检验：按 x_T 比较，两能量结果的 t-test p -values 对 π^+ 和 π^- 分别是 **0.78** 和 **0.22**；按 z 比较则分别是 **0.08** 和 **0.21**，都没有显示统计显著差异。按图直接读，510 GeV 的 π^+ 在较大 z 端大致是 **+1.5% 到 +2.5%**， π^- 大致是 **-1.5% 到 -3%**，仍然落在同一个“几百分点、正负号相反”的模式里。arXiv+3

不过，和这些正面结论必须一起写出的，是一条**语气边界**。2506.21959 的措辞几乎可以直接拿来作模板：他们用来自 SIDIS 与 e^+e^- 的 transversity/Collins 提取去比较 STAR 的 pion-in-jet 数据，发现对符号与大小都有 generally good agreement；但作者同时明确说，这**不是 proof**，而只是对 pion-in-jet 中 TMD factorization 可能成立、Collins universality 继续有效、以及 proper TMD evolution 对这种 asymmetry 的影响较小，提供了 **further indication / corroboration**。这条边界非常适合你后面正文的语气。arXiv+1

Λ -in-jet 这条扩展线现在也已经可以接得很顺了。它最合适的定位，不是和 pion 主线平起平坐，而是在 pion/Collins 主线立住之后，作为“hadron-in-jet 可以推广为更一般 spin-dependent fragmentation probe”的扩展。2020 的 polarized jet fragmentation framework 已经把一般极化 hadron-in-jet 系统化；2024 的 Λ^\uparrow -in-jet 理论文则把 observable 写成

$$P_T^\Lambda = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow},$$

并强调这个通道之所以特别，是因为 quark 与 gluon 在同一微扰阶进入，因此能直接触及 **gluon polarizing FF**。STAR 的首次 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ -in-jet 测量则给出具体量级：整体平均上， Λ 极化约为 $0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ， $\bar{\Lambda}$ 约为 $-0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ；到较高 jet- p_T bin， Λ 约可达 $1.33 \pm 0.43\%$ ，而 $\bar{\Lambda}$ 约为 $-1.56 \pm 0.51\%$ 。这已经足够支撑“ Λ -in-jet 不只是换个末态例子，而是在信息内容上扩展到了 gluon-sensitive fragmentation”这句话。arXiv+1

所以，按现在的 Stage 2 进度，后面最稳的一句总括已经基本定型：**standard-axis pion-in-jet 已经把 hadron-in-jet 确立为对 transversity \otimes Collins / ordinary TMDFF 的有效唯象探针**；它最显著的实验指纹是在 $x_F > 0$ 区域出现几个百分点量级、正负号相反的 π^\pm Collins asymmetry，并且在 200 GeV 与 510 GeV 之间几乎能量独立； Λ -in-jet 则把这条主线自然推广到更一般的 spin-dependent fragmentation，并开始触及 gluon polarizing FF。 [arXiv+3](#)

下一步我会把这些内容正式整理成 Stage 2 handoff 形态，也就是你前面要求的那种：每个要点都压成“**主张 + 公式 + 数字 + 图建议 + caveat**”。

好，请继续。

我继续把 Stage 2 往最终 handoff 方向收束。这一轮我不再泛讲，而是把核心论点整理成你后面能直接拿去写的条目：每条都尽量配上公式、可用数字、图建议和必要 caveat。

我继续整理后，Stage 2 现在已经能压成**接近 handoff** 的形态了。

最核心的一条可以先固定下来：这篇综述的主线应写成

standard-axis pion-in-jet 是对 transversity \otimes Collins / ordinary TMDFF 的有效唯象探针。

formalism 上，1705.08443 明确把 hadron-in-jet 的 j_\perp 分布定义为相对 **standard jet axis** 的横动量分布，并指出这种定义直接接到 ordinary TMDFF，而且这个 observable 不依赖 TMDPDF；STAR 2025 也直接把 Collins asymmetry 写成由 **collinear quark transversity 与 TMD Collins FF 的卷积控制的量**。 [ar5iv+1](#)

你最关心的数字，现在也已经基本可以定型成正文用语了。对 pion-in-jet Collins asymmetry，最稳的表述是：**在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域， π^+ 与 π^- 的 asymmetry 典型是几个百分点，且符号相反、量级相近；在 $x_F < 0$ 区域则明显更小。**

就可用数字而言，按 STAR 200 GeV 与 510 GeV 图上直接读， π^+ 在较高 jet- p_T 、较大 z 的 bins 里常见到约 +2% 到 +5%， π^- 常见到约 -2% 到 -6%；而 $x_F < 0$ 时通常只有 $\sim 1\%$ 量级或更小。STAR 200 GeV 论文摘要明确说这些结果在 Q^2 最高可到约 900 GeV²，并用于检验 evolution、universality 与 factorization breaking；其 PDF 片段还明确总结：结果整体更偏向 **KPRY**，但在高 jet- p_T 或低 z 区域， π^+ 数据仍系统性高于现有模型。 [arXiv+2](#)

“弱能量依赖”现在已经足够硬，完全可以写成主结论之一。STAR 510 GeV 高精度结果明确说：在共同 x_T 区域，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现 **remarkable consistency**，因此该 asymmetry 在 $p^\uparrow p$ 中 **nearly energy independent**, at most with a very weak scale dependence；这组 510 GeV 数据还来自比旧 500 GeV 结果高 **13 倍亮度**的数据集，积分亮度约 **320 pb⁻¹**，平均束流极化 **55.0 \pm 1.4%**。 [arXiv+1](#)

不过这条正面结论必须总是和一个 caveat 一起出现：

数据是在支持 / corroborate factorization、Collins universality 与弱演化，而不是严格证明它们。

1707.00913 的摘要把 pion-in-jet 与 SIDIS/ e^+e^- 提取直接联系起来，并报告与 STAR 数据 good agreement；2506.21959 则把这种语气压得更合适：这是对相关判断的进一步支撑，而不是 proof。 [arXiv+1](#)

Λ -in-jet 这条扩展线也已经可以很自然地接在 pion 主线后面。2024 的理论文明确把它定义成

$$P_T^\Lambda = \frac{d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow}{d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow},$$

并强调：与 e^+e^- 和 SIDIS 不同，这里**所有 partons 在同一微扰阶进入**，因此能首次直接接触 **gluon polarizing FF**；文中还给出一个很重要的量级判断：gluon fragmentation 对分母的贡献约 **50%**，而 quark-only 的 polarization 估计约 **5-8%**，现有数据意味着 gluon polFF 大约只能在 positivity bound 的 **10%** 量级。

[arXiv+1](#)

实验上，STAR 2025 的首个 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ -in-jet 测量已经足够让这条扩展线有分量。摘要直接说： Λ polarization 随 jet p_T 从负变正，而 $\bar{\Lambda}$ 多数保持负值；这些数据会给 **gluon PFF** 提供首批约束，并可检验 PFF 的 TMD evolution 与 universality。 [arXiv+1](#)

我把这一轮整理成了一个可下载的 Stage 2 进展 handoff：

•

按现在的材料，下一步最自然的就是把 Stage 2 正式收束成完整 handoff，再停下来等你确认进入 Stage 3。

请继续。

我继续往下收束，但这轮我会更偏“把 Stage 2 真正做完”的方向：不再重复主线，而是把还缺的两类东西补齐——一类是能直接进入写作的 formal 表述，另一类是和这些表述配套的边界说明。

我继续往下收束后，这一轮最重要的新增结论是：后面正文里可以把 **formal 主张** 写得更准——不要写成“hadron-in-jet 测 TMD transversity”，而应写成：对 $p^\uparrow p \rightarrow \text{jet } \pi X$ ，Collins 可观测量是

$$\frac{d\sigma}{d\eta d^2p_T dz_h d^2j_\perp} = F_{UU} + \sin(\phi_S - \phi_H) F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}, \quad A_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)} = \frac{F_{UT}^{\sin(\phi_S - \phi_H)}}{F_{UU}},$$

其中分子本质上由 **collinear transversity** \otimes **Collins FF** 控制；而当 j_\perp 是相对 **standard jet axis** 定义时，这个末态对象又直接接到 ordinary TMDFF，并且该 observable 不需要 TMDPDF。这两句合在一起，才是你这篇综述最稳的 formal 核心。 [arXiv+1](#)

你最在意的“量级到底多大”，现在也已经能固定成比较稳的正文表述了。后面可以写成：在 $x_F > 0$ 的 **quark-dominated 区域**， π^+ 与 π^- 的 **Collins asymmetry** 典型是几个百分点， π^+ 常见到约 +2% 到 +5%， π^- 常见到约 -2% 到 -6%；而在 $x_F < 0$ 区域通常只有 $\sim 1\%$ 量级或更小。这里要保留一句说明：这些具体数值多数是按 STAR 图上直接读出的近似量级，不是正文逐点列表。STAR 200 GeV 的摘要级总结本身就明确说， $x_F > 0$ 时 π^+ 和 π^- 的 asymmetry “large, opposite in sign, and have similar magnitude”。 [arXiv+1](#)

“弱能量依赖”现在已经足够硬，完全可以升级成主结论之一。STAR 的高精度 510 GeV 结果明确说：在共同 x_T 区域，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现 “remarkable consistency”，因此该 asymmetry 在 $p^\uparrow p$ 中 **nearly energy independent**, at most with a very weak scale dependence；该文还给出比较区间 $0.06 < x_T < 0.25$ ，并报告 t-test 的 p -values：按 x_T 比较， π^+ 和 π^- 分别是 0.78 和 0.22；按 z 比较，分别是 0.08 和 0.21。这是后面写“弱演化/弱能标依赖”的最佳数字支撑。 [arXiv+2](#)

Λ -in-jet 这条扩展线现在也已经能接得很顺，而且有了足够硬的数字。formalism 上，2020 的 *Polarized jet fragmentation functions* 已把一般极化 hadron-in-jet 系统化；2024 的 Λ^\uparrow -in-jet 理论文强调这个过程能直接接触 **gluon polarizing FF**，并给出很关键的量级判断：gluon 对分母的贡献约为 50%，而现有数据意味着 gluon polFF 的大小大约只能在 positivity bound 的 10% 量级。实验上，STAR 首个 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ -in-jet 测量报告：整体平均极化约为 $\Lambda : 0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ， $\bar{\Lambda} : -0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ；在高 jet- p_T bin (约 15.1 GeV/c) 处， Λ 约 $+1.33 \pm 0.43\%$ ， $\bar{\Lambda}$ 约 $-1.56 \pm 0.51\%$ 。这足以支撑“ Λ -in-jet 不是附带例子，而是在信息内容上把 hadron-in-jet 推向 gluon-sensitive fragmentation”的判断。 [arXiv+3](#)

另外，2304.03302 我会继续保留为 **背景校准文献**，主要用于统一 TMD 语言、术语与大框架，而不是作为这篇综述主论证的核心来源；主论证仍然是由 standard-axis hadron-in-jet formalism、pion-in-jet phenomenology、STAR 数据、以及 Λ -in-jet 扩展线来承担。 [arXiv](#)

我把这一轮整理成了新的 handoff 进展文件：

我下一步会继续把这些内容真正收束成 Stage 2 的完整交付版，也就是把每条都压成“主张 + 公式 + 数字 + 图建议 + caveat”的最终结构。

请继续。

我继续往下推进。这一轮我会把 Stage 2 再往“正式可交付”压一步：不再扩线，而是把主线里的关键表述、必须配套的 caveat、以及最适合保留的数字证据再核实一遍。

我已经把主线文献又核了一轮。接下来这一步，我会只抓那些后面真正能写进正文、而且能被文献直接支撑的句子，避免继续堆背景。

这轮我把几条**可以直接写进正文**的句子进一步钉死了。

第一句，formalism 的核心表述最好固定为：****pion-in-jet Collins channel 不是在测一个“泛化的 TMD transversity”，而是在两步结构里工作：喷注产生由 collinear factorization 控制，而喷注内的自旋相关碎裂由 Collins FF 控制；当 hadron 的横动量 j_{\perp} 是相对 standard jet axis 定义时，这个末态对象又直接接到 ordinary TMDFF。****1705.08443 明确指出， j_{\perp} 是相对 **standard jet axis** 定义的，而且只有这种定义才与 standard TMDFF 直接对应；同文还强调，这个 observable **不依赖 TMDPDF**，因此比 SIDIS 更直接地 probe TMD fragmentation。arXiv+1

第二句，phenomenology 的主结论可以更稳地写成：****在 $x_F > 0$ 的 quark-dominated 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 大、符号相反、量级相近；而 200 GeV 与 500/510 GeV 的结果彼此相容，因此该效应在 hadronic collisions 中至多只有很弱的能量依赖。这不是概括性转述，而是 STAR 200 GeV 论文在总结部分直接给出的结论；同一篇文章还明确说，结果总体更偏向 KPRY，但两类模型在高 jet- p_T 区域都低估了数据，且 z 与 j_T 的二维结果表明 Collins FF 的依赖结构并不适合继续用“简单可分离”来处理。**arXiv+4

第三句，关于“弱能量依赖”，现在完全可以写成**主结果**而不是陪衬。STAR 510 GeV 高精度论文直接说，按共同 x_T 区域比较，200 GeV 与 510 GeV 的 Collins asymmetry 呈现 “remarkable consistency”，因此该 asymmetry 在 $p^{\uparrow}p$ 中 **nearly energy independent**, with at most a very weak scale dependence；同时把测试推进到 $Q^2 \leq 3400 \text{ GeV}^2$ 。更关键的是，这篇文章给出了差值的 t-test：按 x_T 比较， π^+ 和 π^- 的 p-values 分别是 0.78 和 0.22；按 z 比较则是 0.08 和 0.21，全部高于 0.05，因此在测量区间内**没有统计显著的 能量依赖**。arXiv+5

第四句，是必须和这些正面结论同时出现的 caveat：**这些数据是在支持、约束、corroborate universality / factorization / weak evolution，而不是严格证明它们。**2506.21959 的表述很适合作为后面正文的语气模板：**作者用 SIDIS 与 e^+e^- 抽取到的 transversity/Collins 输入去比较 STAR 的 200 GeV 和 510 GeV 数据，发现对 jet transverse momentum、 z 和 pion 相对 jet 的 transverse momentum 分布都有 generally good agreement；但作者同时明确说，这只是对 pion-in-jet 中 TMD factorization 可能成立、Collins universality 继续有效的进一步支持，不是 proof。**arXiv

Λ -in-jet 这条扩展线现在也已经可以写得很顺。最合适的落点仍然不是把它与 pion 主线并列，而是在 pion/Collins 主线立住之后，写成“hadron-in-jet 可推广为更一般 spin-dependent fragmentation probe”的扩展。2020 的 *Polarized jet fragmentation functions* 明确说，这套框架研究的是**带或不带相对 standard jet axis 横动量**的极化 hadron-in-jet，并以 longitudinally polarized collinear Λ 与 transversely polarized TMD Λ 为例；2024 的 Λ^{\uparrow} -in-jet 文献则进一步强调，这个通道之所以特别，是因为在 pp 中可以直接触及 **gluon polarizing FF**。arXiv+2

而且这条扩展线已经有了很硬的数字。2024 的 Λ^{\uparrow} -in-jet 理论文指出，分母里来自 gluon fragmentation 的贡献大约是 **50%**，而 quark-only 的 polarization 典型只有 **5%-8%**，因此现有数据意味着 gluon polFF 只能大致

处在 positivity bound 的 **10%** 量级。随后 STAR 的首个 inside-jet 测量给出： Λ 的平均极化约为 $0.24 \pm 0.19(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ， $\bar{\Lambda}$ 约为 $-0.77 \pm 0.20(\text{stat}) \pm 0.09(\text{sys})\%$ ；在较高 jet- p_T bin， Λ 达到 $1.33 \pm 0.43\%$ ，而 $\bar{\Lambda}$ 为 $-1.56 \pm 0.51\%$ 。STAR 还明确说，这是**首个**对 gluon PFF 的约束。arXiv+5

图的安排我也基本定下来了。前面只要一张**定义图**就够：画 standard jet axis、 j_{\perp} 、 ϕ_S 、 ϕ_H 的几何关系；中间放一张 **STAR 200/510 GeV 对比图** 来承载“几乎能量独立”；扩展段再放一张 **$\Lambda/\bar{\Lambda}$ -in-jet 随 jet p_T 变化的结果图**，把“ Λ 变号、 $\bar{\Lambda}$ 多数为负”的信息一眼讲清。axis choice 仍然只留几句话 comment，不展开。ar5iv+3

照现在的材料，Stage 2 已经基本具备**正式收口**条件了。下一步我会把它整理成完整 handoff：每条都压成“**主张 + 公式 + 数字 + 图建议 + caveat**”，然后停在 Stage 2 等你确认。

好，开始整理。

我开始把 Stage 2 正式收束成 handoff 了。这一步我不再扩展新文献，而是把已经确认的主线材料整理成可直接进入 Stage 3 的结构化文档。

我已经把 Stage 2 整理成正式 handoff 版了。现在这套材料已经收束到可直接进入 Stage 3 的状态：主线、公式骨架、可用数字、图建议、以及必须保留的 caveat 都已经分开整理好了。前面反复确认的主线约束也已固定：****以 hadron-in-jet 在 TMD 物理中的唯象作用为主线，不写成实验综述；formalism 为主支撑，experiment 提供数字支撑；并加入 Λ -in-jet 扩展。****这一主线与 standard-axis hadron-in-jet 直接连接 ordinary TMDFF 的 formal 叙述一致。

下载文件：

-
-
-
-

其中已经明确收住了几条后面可直接写进正文的核心判断：

pion-in-jet 主线应写成 **collinear transversity** \otimes **Collins** 与 fragmentation-side TMD structure 的唯象探针；在 $x_F > 0$ 区域， π^+ 与 π^- 的 Collins asymmetry 典型是**几个百分点**，常见到约 +2% 到 +5% 和 -2% 到 -6%；而 200 GeV 与 510 GeV 的 STAR 数据在共同 x_T 区间内表现出**几乎能量独立**的行为，但这应表述为对 universality / factorization / weak evolution 的**支持与约束**，而不是严格证明。 Λ -in-jet 也已被整理为扩展线，用来说明 hadron-in-jet 可推广到更一般的 spin-dependent fragmentation，并开始触及 gluon polarizing FF。

按协议，Stage 2 现在应停在这里，等你确认后再进入 Stage 3。

stage_3_writing_framework_protocol_v13.md

File

第3个协议

我已读完第 3 个协议。Stage 3 的任务是**写作框架设计**，不是起草正文；最终必须产出 `writing_framework.md` 及一组配套文件，并在输出完整 framework package 后**暂停，等待你明确批准**，不能直接进入 Stage 4。

stage_3_writing_framework_proto...

我先做了入口检查，目前状态是：

- **已满足**：Stage 3 协议已读；当前项目意图明确；Stage 2 主线与作者判断也已经清楚。

stage_3_writing_framework_proto...

- **需要显式处理**：

1. **model/style-reference checkpoint 还没确认**。按协议，在产生第一版 framework draft 之前，必须明确你是否要提供：结构参考论文、文风参考论文、两者都有，还是都不要。
2. 协议要求 Stage 3 读取 `reading_notes.md`、`formula_bank.md`、`figure_bank.md`、`argument_bank.md`、`formula_spine_bank.md`、`numeric_result_bank.md` 等 Stage 2 输入。我们现在已有的是我整理出的 Stage 2 final handoff 和相关总结文件，所以接下来我会把现有 Stage 2 handoff **映射/重组**成协议要求的这些输入视图，再做框架设计。这个可以由我来完成，不需要你额外补材料。

stage_3_writing_framework_proto...

按协议，开始 Stage 3 前，我现在只需要你确认这个 checkpoint：

Model/style reference checkpoint:

- 结构参考论文：
- 文风参考论文：
- 两者共用论文：
- 或者：无偏好 / 不提供

你也可以直接简写成下面四种之一：

- **提供结构参考**
- **提供文风参考**
- **两者都提供**
- **都不提供，按当前材料和一般学术规范推进**

你回复后，我就正式开始 Stage 3 framework design。

Sources

Model/style reference checkpoint:

- 结构参考论文：arXiv:2509.02790
- 文风参考论文：arXiv:2506.09119

我已收到结构与文风参考。接下来我会按 Stage 3 协议，把现有 Stage 2 handoff 重组为框架设计输入，再结合这两篇参考文献抽取“结构借鉴”和“文风借鉴”的边界，生成第一版 framework package。

我已经把 Stage 3 的信息边界定下来了：结构上借 2509.02790 的“先立概念与框架，再进核心 formalism，再落到现象学与结论”的节奏；文风上借 2506.09119 的“跨领域动机开场、强叙事过渡、概念句后立刻给物理功能”的写法，但不会迁移其科学内容。

Stage 3 已整理完成，并已按协议停在 framework package，等待你明确批准后才能进入 Stage 4。

这版 framework 的两个外部参照已经落实进去了：

结构上，我借用了 **2509.02790** 那种“先给引言与读者导引，再进核心 formalism，再落到状态/结论”的清晰层级，而没有搬它的教材式广度。arXiv+1

文风上，我借用了 **2506.09119** 的几种写法：开头先给物理动机，再把抽象概念立刻翻译成物理功能，并保持 formalism、phenomenology、experiment 三者之间的强过渡；同时没有迁移它的科学内容和超大篇幅。

[arXiv+1](#)

下载文件：

-
-
-
-
-
-
-
-

这版 framework 已经固定了几个关键点：

主线是 **standard-axis pion-in-jet** 作为 **transversity** \otimes **Collins / ordinary TMDFF** 的唯象探针；实验部分只承担**数字支撑与模型区分**，不写成实验综述； Λ -in-jet 被保留为独立扩展段，而不是脚注式附带内容。关于标准轴与 recoil-free/WTA 轴，也已经按你的要求压成短 comment，不会展开成大段。标准轴之所以被固定为主线，也与 hadron-in-jet 直接连接 ordinary TMDFF 的 formal 叙述一致。[arXiv+1](#)

现在请你审阅这套 Stage 3 framework。你明确批准后，我再进入 Stage 4。

好。

收到，Stage 3 framework 已批准。

当前状态：

- Stage 1：已完成并批准
- Stage 2：已完成并批准
- Stage 3：已完成并批准
- 下一步应进入 **Stage 4 全文写作**

请发送 **第 4 个协议**。

stage_4_drafting_protocol_v15.md

File

第4个协议。

我已读完第 4 个协议。Stage 4 的任务是：**在结构冻结的前提下，按已批准的 framework 真正写出正文草稿**；它不是重新设计结构、不是重跑文献调研，也不能靠压缩结构来解决篇幅问题。

我先做了 Stage-entry gate 检查：

- 已满足
 - Stage 4 协议已读。
stage_4_drafting_protocol_v15
 - Stage 3 的 `writing_framework.md` 已批准。
 - Stage 1-3 的主线约束是清楚的：
以 **hadron-in-jet** 在 TMD 物理中的唯象作用为主线；**formalism** 为主支撑，**experiment** 提供数字支撑；不写成实验综述；加入 Δ -in-jet 扩展。
- 需要我在正式起草前补齐的控制文件
 - 按协议，Stage 4 要显式读取 `reading_notes.md`、`formula_bank.md`、`figure_bank.md`、`argument_bank.md`、`section_evidence_map.md`、`branch_realization_plan.md`、`section_formula_spine.md`、`numeric_density_plan.md`、`bibliography_ledger.*`、`branch_supply_gap_report.md` 等。
stage_4_drafting_protocol_v15
 - 目前我们已有的是 Stage 2 final handoff 和 Stage 3 framework 包，但不是这些完全同名文件。
 - 这不构成阻塞，因为我可以先把现有已批准材料**重组/映射**成协议要求的控制文件，再进入正文写作。

现在只差最后一个入口条件要你确认：**起草交付模式**。协议要求这一点在开始写之前必须明确。

stage_4_drafting_protocol_v15

请你选一种：

Drafting mode:

- A. 整篇连续输出，并同时保存分章节文件
- B. 分章节输出，每章后暂停
- C. 先分别生成各章节文件，最后再合并
- D. 其他（请说明）

我建议选 **A** 或 **B**。如果你没有特别偏好，我会采用 **A：整篇连续输出，并同时保存分章节文件**。

Sources

A

我按你选的 **A 模式** 推进：先把 Stage 2/3 已批准材料重组为 Stage 4 需要的控制文件，然后直接起草整篇正文，并同时保存总稿与分章节文件。

我已经把 Stage 4 的结构控制与证据控制理顺了。接下来我补一轮最小必要的书目信息核对，然后直接生成总稿、分章节文件和自检文件，避免后面参考文献标题或引用角色不准。

我已经把正文骨架和证据线对齐了。现在直接落稿：会同时生成总稿、分章节稿、Stage 4 所需控制文件，以及一个自检文件，方便你后面直接进入 Stage 5 或做局部修稿。

Stage 4 已完成，并已按 **A 模式** 生成总稿与分章节文件。按第 4 协议，这一阶段现在应在交付草稿后暂停，等待你的下一步指令。

下载文件：

-

-
-
-
-
-
-
-

我也把 Stage 4 需要的控制/证据文件一并整理进包里了，包括 `reading_notes.md`、`formula_bank.md`、`figure_bank.md`、`argument_bank.md`、`section_evidence_map.md`、`branch_realization_plan.md`、`section_formula_spine.md`、`numeric_density_plan.md`、`bibliography_ledger.*`、`branch_supply_gap_report.md` 等，便于你后面直接进入 Stage 5 或做局部修稿。

下一步如果你要继续，请发送 **第 5 个协议**。

stage_5_review_and_revision_protocol_v13.md

File

第5个协议

我先做 Stage 5 的入口审计：确认 canonical draft、核对 Stage 4 控制文件是否齐全，再做一次书目与近期前沿的最小必要核查。你这次还没有明确要求“立即修稿”，所以我会按协议先做 **review only**，输出完整 review report。

我已经完成入口审计和 draft 一致性检查：Stage 4 的控制文件齐全，`full_draft.md` 与分章节文件基本一致，可以把 `full_draft.md` 作为 canonical draft 来评审。现在我在做最后一轮问题分级与书目核查，然后会输出正式 `review_report.md`。

我已经把主要问题分级了。当前判断是：这份稿子**科学主线是对的，结构也守住了**，但还没有达到“可对外流通”的状态，主要卡在三类问题：**局部 claim-support 不够、书目覆盖仍有关键遗漏、以及文风还带明显的 summary/AI 痕迹**。

Stage 5 review-only 已完成，并已保存 `review_report.md`。按协议，这一轮我默认先做评审，不自动修稿。

stage_5_review_and_revision_pro...

下载文件：

-

这轮的总判断是：**usable internal draft; major revision needed before circulation**。

核心优点是主线判断对、结构守住了、formalism 与 phenomenology 的层级关系也基本正确。

最需要优先处理的三件事是：

1. **局部 claim-support 不够**，尤其 Sections 2-4 缺少足够的本地 citation / evidence anchors。
2. **书目覆盖有关键遗漏**，草稿叙述里依赖了首个 500 GeV STAR pion-in-jet 结果，但参考文献里漏掉了 [arXiv:1708.07080](#)。
3. **文风仍有明显 summary/AI 痕迹**，还没有完全到“citation-backed authored review”的质感。

我在报告里已经把问题分成了：domain-expert review、formula-and-reasoning review、framework compliance、numeric-density review、branch-realization review、style/human-writing review、bibliographic integrity audit，以及按严重程度排序的 revision priority list。书目核查方面，我没有发现已列

条目里有明显伪造或 title/arXiv mismatch，但 bibliography 的**完整性和装配度**还不够，尤其是缺少 1708.07080 这一直接前序实验文献；同时，你草稿里用到的 2025 前沿线（2506.21959、2507.16355、2509.17487）本身是抓到了的。arXiv+2

下一步如果你要，我就直接按这份 report 开始做 **Stage 5 revision**。

Sources

估算一下消耗的token数目，尽量考虑所有消耗，不必精确，数量级级别的估计。

粗略估计，分两种口径看会差很多。

只看这次项目本身的可见内容

也就是用户消息、我在聊天里的回复、上传协议的大致文本、以及几次生成的大型 markdown/zip 产物对应的工具输入，数量级大约在：

10^5 级别，更具体地说大约 **8万-20万 tokens**。

一个合理拆分大致是：

- 5 份协议 + 相关上传文本：**1万-4万**
- 聊天往返内容：**1万-3万**
- 几次大文件生成（Stage 2/3/4 handoff、draft、review 等工具调用里的长 markdown）：**3万-10万**

如果把每一轮都重复带上的系统/开发者/记忆上下文也算进去

这个口径会大很多，因为每次回复前，模型通常都要重新看到一大段固定上下文，而你这次会话的系统与开发者指令本身就非常长。

按这个口径，我会估计在：

10^6 不到、但已经是多 $\times 10^5$ 级别，大约 **30万-80万 tokens**，再宽松一点说 **接近百万也不奇怪**。

最主要的原因不是正文草稿本身，而是：

- 长系统提示
- 长开发者提示
- 很大的用户记忆/上下文
- 多轮迭代下这些内容被反复带入

所以一句话总结：

- **项目内容本身：大约 十万级**
- **把整轮会话实际上下文开销都算上：大约 几十万级，可能逼近百万**

如果你愿意，我可以再按 **Stage 0-5** 分阶段给你做一个更细的 token 账本估算。

本轮实战，stage1，stage2总结的公式和图似乎没有很好地传递到stage4。外审评价公式密度太低，请确认这一点，并分析原因。

我先直接核对 Stage 2 handoff 和 Stage 4 draft 的文件内容，重点看三件事：公式骨架是否落地、图计划是否落地、以及哪些在 framework 里明确要求但在正文里被弱化了。

是的，这个判断**基本成立**。外审说“公式密度太低”，从我回看 Stage 2、Stage 3 和 Stage 4 的产物来看，**不是错觉，而是真有传递损失**。

最简短的结论是：

Stage 2 里被整理出来的“公式骨架、数字骨架、图计划”，到了 Stage 4 只保留了“最小骨架”，没有保留“正文级支撑密度”。

结果就是：主线没跑偏，但**formalism 的存在感和压强不够**，图也基本停留在“占位计划”，没有真正成为论证的一部分。

我把原因分成三层。

1. 先确认现象：确实传递不充分

从文件本身看，Stage 4 总稿 `full_draft.md` 大约 3900 词，但全稿只有 **5 个显示公式块**，其中：

- Introduction : 1 个
- Formalism : 2 个
- Phenomenology : 0 个
- Lambda extension : 2 个
- Conclusions : 0 个

而且这 5 个公式里，真正承担主线 formal 支撑的，主要还是那两个最基础的 Collins 结构公式和一个 Λ 极化定义。

这对于一篇你明确要求“**expert-facing, formula-driven**”的综述来说，确实偏少。

对应文件你可以直接看这里：

-
-

图的情况更明显。Stage 2 已经明确规划了三类核心图：

1. 几何/定义图
2. STAR pion-in-jet 主结果图
3. $\Lambda/\bar{\Lambda}$ -in-jet 扩展图

但到了 Stage 4，正文里只是保留了 **3 个占位符**，没有真正把图的内容、图要传达的 pattern、图与论点的绑定写实到足够强的程度。也就是说，**图计划被传过去了，但图论证没有真正落地**。

2. 根本原因：损失主要发生在 Stage 2 → Stage 3 → Stage 4 的“压缩链条”

原因 A：Stage 2 输出的是“总结型 handoff”，不是“正文级公式/图素材包”

Stage 2 虽然读了不少文献，也口头上提炼了很多关键点，但最终落盘的 `stage2_final_handoff.md` 更像是：

- 主张清单
- 写作约束
- 最小公式 spine
- 数字总结
- 图计划

它**不是**下面这种高保真材料包：

- 每篇主文献的关键公式摘录
- 每个 section 可直接调用的 2-4 条公式
- 每个图对应的“图中关键 pattern + 正文解释句”
- 哪些公式必须进正文，哪些可以只在脚注/附录

所以 Stage 2 本身已经做了一次“压缩总结”，而不是“保留高密度 formal assets”。
换句话说，**Stage 2 把“读到的公式”变成了“讲述中的公式骨架”，这一步本身就损失了一层。**

原因 B：Stage 3 framework 明确把很多 section 设成了“低公式密度”

这是最关键的结构性原因。

在 Stage 3 的 `writing_framework.md` 里，我实际上已经把公式密度压低了，具体是：

- Introduction：至多 1 个公式
- Formalism：2-4 个公式即可
- Phenomenology：公式-light
- Lambda extension：1 个中心公式即可
- Conclusions：无公式

这套框架会自动把 Stage 4 推向“概念综述 + 少量公式锚点”的写法，而不是“formalism 主导型综述”。

也就是说，**Stage 4 没有“违背” Stage 3，它是太忠实地执行了一个已经偏轻公式的 framework。**
这说明问题不只是 Stage 4 写作本身，而是 **Stage 3 的框架控制就把公式压缩掉了。**

原因 C：Phenomenology 章节几乎完全去公式化了

你当时强调：

- 不要写成实验综述
- 实验要突出结果而不是设置
- 更多讲 asymmetry 的大小、符号、随 $z/j_T/p_T$ 的变化

这个方向本身是对的。

但我在执行时有一个**过度修正**：

为了避免变成 experiment review，我把 Section 3 几乎写成了：

- 数据 pattern
- 数字量级
- 弱能量依赖
- model discrimination

却没有把这些内容再绑回到更强的 formal 结构上，例如：

- asymmetry 公式里哪一部分主导这些趋势
- standard-axis TMDFF 解释与数据 pattern 的一一对应
- 哪些量是 ratio 保护的，哪些量对 TMD evolution 更敏感
- large- j_T / large- z tension 在 formal 上意味着什么

结果就是 **phenomenology 章节有数字，但 formal pressure 不够**。这会让外审读起来觉得：“你是在讲结果，而不是在用公式控制结果。”

原因 D：图在 Stage 4 中只有“占位”，没有“论证功能”

Stage 2 明明已经意识到：

- 几何定义图很重要
- axis/angle/ j_\perp 的定义要靠图
- STAR 比较图应该服务于“几乎能量独立”
- Λ -in-jet 图应该服务于“ Λ 变号、 $\bar{\Lambda}$ 多数为负”

但 Stage 4 里只写了：

- [Figure 1 about here]
- [Figure 2 about here]
- [Figure 3 about here]

没有进一步把图变成正文里真正的论证节点，例如：

- “Fig. 2 directly shows ...”
- “The relevant point in Fig. 2 is not merely that the points are nonzero, but that ...”
- “As seen in Fig. 3, the sign change of Λ ...”

所以图虽然“计划上存在”，但写作上几乎不存在。这也是“图没有很好传递到 Stage 4”的核心原因。

3. 更深一层的原因：我把“避免跑偏”放在了“提高 formal 密度”前面

这是策略上的问题，也是我这轮执行里最该承认的一点。

在这个项目里，我一直在防三件事：

- 防止写成一般 TMD 综述
- 防止写成实验综述
- 防止 axis-choice 等支线喧宾夺主

这三件事我基本守住了。

但代价是，我在 Stage 4 里采取了比较保守的写法：

- 先保主线
- 再保结构
- 再保数字
- 最后才给公式

结果就形成了一个“逻辑是对的，但 formal density 不够”的草稿。

对一般综述也许还行，但对你这个题目和你的要求，不够。

4. 所以外审“公式密度太低”的评价，具体对应哪些问题？

我认为它主要对应以下四点：

(1) Formalism section 太短、太骨架化

只有最基本的 Collins 结构公式和一句 standard-axis 解释，缺少更进一步的 factorization-level 支撑。

(2) Phenomenology section 没有把数据再绑回公式

有数字，但没有形成“公式—物理机制—数据 pattern”的闭环。

(3) Λ -in-jet section 更像“概念扩展 + 数字摘要”

而不是“带 formal backbone 的 extension”。

(4) 图没有真正承担定义和论证任务

只是 placeholders，不是 argument carriers。

5. 如果要修，这个问题应该怎么补

最有效的补法不是“随便再加几个公式”，而是做**定点加密**。

Section 2 要补

至少再补 2-4 个真正有功能的公式/结构，例如：

- hadron-in-jet ratio / TMDJFF 结构

- standard-axis 与 ordinary TMDFF 的连接式
- Collins numerator 的更明确卷积结构
- 一个最小的 factorization schematic equation

Section 3 要补

不是加很多新公式，而是把现有数据重新绑回 formalism，例如每个小节都加一句：

- “In the structure above, this trend reflects ...”
- “The weak energy dependence of the asymmetry ratio is consistent with ...”
- “The tension at large j_T suggests inadequacy of ...”

Section 4 要补

给 Λ -in-jet 再加一层 formal backbone，而不只是 P_T^Λ 的定义。

图要补

不是光保留 figure placeholder，而是把图变成正文里的证据节点。

6. 一句话总结

是的，Stage 1/2 里总结出的公式和图没有充分传递到 Stage 4。

更准确地说：

- 主线传过去了
- 数字传过去了
- 最小公式骨架传过去了
- 但“正文级公式密度”和“图作为论证工具”的那一层，没有传过去

最主要的原因不是单点失误，而是三步叠加：

1. Stage 2 输出偏总结化，不是高保真公式/图素材包
2. Stage 3 framework 把公式密度主动压低了
3. Stage 4 为了防止跑偏，采取了偏保守的 prose-first 写法

所以外审说“公式密度太低”，这个判断我确认是成立的。

如果你愿意，我下一步可以直接给你一份**精确修法清单**：

按 Section 1–5 列出“该补哪些公式、该补哪类图论证、哪些段落要重写成更有 formal 压强的版本”。